



Centro de Investigación y  
Desarrollo (CIDE)

# **LA MODELIZACION DE VARIABLES MACRO ECONOMICAS PERUANAS**

Los ARCH como Alternativa a los ARIMA

Lima, agosto 2002

## **DIRECCIÓN Y SUPERVISIÓN**

Econ. Mirlena Villacorta Olazabal  
Directora Técnica del CIDE

### **Documento Elaborado por:**

Est. Edith Noemí Ordóñez Porras

Las Opiniones y conclusiones de esta investigación son de exclusiva responsabilidad de la autora, por lo que el INEI no se solidariza necesariamente con ellos. La autora agradece a la Econ. Mirlena Villacorta por su apoyo y preocupación constante y al Dr. Alipio Ordóñez por su gran compromiso con la investigación.

---

Preparado	: Centro de Investigación y Desarrollo del Instituto Nacional de Estadística e Informática (INEI)
Impreso	: Talleres de la Oficina Técnica de Administración del INEI
Diagramación	: Centro de Edición de la Oficina Técnica de Difusión del INEI
Tiraje	: 200 Ejemplares
Domicilio	: Av. General Garzón 658, Jesús María. Lima - Perú
Orden de Impresión	: N° 504-OTA-INEI
Depósito Legal N°	: 150113-2002-3190

# Presentación

---

El INEI pone a disposición la investigación metodológica: "**LA MODELIZACION DE VARIABLES MACRO ECONOMICAS PERUANAS. LOS ARCH COMO ALTERNATIVA A LOS ARIMA**", que por su nivel de especialización está dirigida principalmente a los miembros de la comunidad académica, profesionales de las oficinas de estadística y los investigadores interesados en mantener la actualidad de sus procedimientos estadísticos.

Esta investigación metodológica tiene por finalidad, generar instrumentos y procedimientos que permitirán validar, mejorar y actualizar los procesos estadísticos. Se caracteriza por ser innovadora en su campo de aplicación, por contener un rigor científico en su desarrollo integral, por la validez de sus procesos, por la vigencia y actualidad de sus metodologías aplicadas.

En particular, esta investigación tiene el objetivo de contribuir con el mejoramiento metodológico de las técnicas utilizadas para realizar predicciones de variables macro económicas caracterizadas por la alta volatilidad e incertidumbre en su comportamiento, como es el caso del tipo de cambio u otras variables financieras, introduciendo para ello la moderna metodología de los modelos ARCH, que precisamente fueron creados para solucionar este tipo de problemas que impiden una buena toma de decisiones en el ámbito político y económico; en tal sentido el estudio está orientado a probar la eficacia de estos modelos en el caso peruano, donde aún se sigue empleando modelos como los ARIMA que si bien tienen grandes ventajas en la modelización de las variables económicas, no consideran los efectos que podría ocasionar no considerar estas características. Además, se hace un aporte a la teoría monetaria en el Perú, al probar para el caso peruano la hipótesis planteada por Friedman de que la incertidumbre inflacionaria causa mayor inflación periodos más adelante, para lo cual, se hace uso precisamente de los modelos ARCH.

Este estudio al igual que otros de carácter metodológico, ha sido elaborado por profesionales del Centro de Investigación y Desarrollo (CIDE), en el marco del desarrollo y promoción de investigaciones estadísticas y socioeconómicas que permitan elevar la calidad de la información del INEI y el SNE.

El INEI espera como resultado de esta investigación, incorporarse en el circuito de la producción del conocimiento y elevar los estándares de calidad de sus procesos, sentando con ello las bases de la investigación metodológica en la institución.

Lima, agosto 2002

**Gilberto Moncada Vigo**  
Jefe del INEI



# Prólogo

---

En los últimos años, muchas extensiones del proceso ARIMA se están aplicando con éxito y mayor frecuencia en muchas instituciones de prestigio. El objetivo principal es cuantificar mejor la realización de los diferentes procesos, con fines de control y pronóstico.

De un lado, la estructura teórica que gobierna los procesos debe ser no muy compleja y recaen en apenas los primeros pocos momentos de la variable; pero paradójicamente las propiedades de los primeros momentos por ejemplo la media y la variancia ahora no son muy simples, pues obedecen a relaciones que no son lineales y están condicionadas fuertemente a su pasado, hechos que dificultan su manipulación e interpretación al proceso en investigación.

De otro lado, en la mayoría de los casos, la ley probabilística que gobierna a estos procesos no se conoce y una forma de describirlo, consiste en rastrear sus características observándolo en algún periodo; pero esto exige de una buena medición de sus rasgos, esto es, de construir una "buena base de datos", que permita encontrar la estructura teórica verdadera que genera al proceso; de lo contrario nuestro trabajo estaría muy limitado. Esta exigencia raramente se cumple, y no se le da la debida importancia.

Los procesos ARCH, una de las varias extensiones del proceso ARIMA, fueron aplicados exitosamente para predecir el comportamiento de la inflación inglesa en 1982, por Engle. Un hecho que llevó a aplicar este proceso, fue la existencia de periodos de mucha incertidumbre y otros periodos de mucha quietud en la ocurrencia del proceso.

Técnicamente los procesos ARCH, incorporan nuevos instrumentos para mejorar la cuantificación de un proceso, y esto asegura una supremacía sobre los procesos ARIMA; sin embargo, la ventaja teórica no está asegurada en la práctica, pues ahora se depende de una apropiada base de datos, que aseguran su utilización. Por esta razón es aconsejable recomendar a los procesos ARCH como complementarios más que alternativos.

En este trabajo de investigación, se presenta una buena aplicación de la teoría ya establecida de los procesos ARCH, con el objetivo de marcar las pautas de una correcta aplicación. Dos variables muy relacionadas entre sí, y con la salud de la economía peruana: una macro económica (Inflación) y la otra financiera (Cotización diaria del dólar), son utilizadas para ilustrar la aplicación de los procesos ARCH. Ambas por su naturaleza deberían ser descritas por los procesos ARCH, sin embargo, en el caso de la variable inflación no se justificaría su utilización para el caso peruano, debido a que su comportamiento no lo permite, pero en el caso de la cotización del dólar los ARCH muestran su supremacía.

Lima, Junio 2002



**Dr. Alipio Ordóñez Mercado**  
Universidad Nacional de Ingeniería  
Facultad de Ing. Económica y CCSS.

# INDICE

<b>Presentación</b> .....	<b>3</b>
<b>Prólogo</b> .....	<b>5</b>
<b>Introducción</b> .....	<b>9</b>
<b>I. FUNDAMENTACIÓN DEL PROBLEMA</b> .....	<b>11</b>
1.1 Planteamiento del problema .....	11
1.2 Formulación del problema .....	13
1.3 Sistematización del problema .....	13
<b>II. OBJETIVOS</b> .....	<b>15</b>
2.1 Objetivo general .....	15
2.2 Objetivos específicos .....	15
<b>III. MARCO TEÓRICO</b> .....	<b>17</b>
<b>IV. HIPÓTESIS</b> .....	<b>23</b>
<b>V. MÉTODOS</b> .....	<b>25</b>
<b>VI. MEDICIÓN, ANÁLISIS Y RESULTADOS</b> .....	<b>27</b>
6.1 Ajuste del modelo ARIMA a las variables Inflación mensual: 1952 - 2001 y Cotización diaria del dólar: 1998 - 2001 .....	27
6.1.1 Aplicación a la variable: Inflación mensual .....	27
6.1.2 Aplicación a la variable: Cotización diaria del dólar .....	35
6.2 Ajuste del modelo ARCH a las variables IPC y Cotización diaria del dólar .....	43
6.2.1 Aplicación a la variable: Inflación mensual .....	43
6.2.1.1 Identificación de los hechos estilizados .....	43
6.2.1.2 Aplicación del modelo ARCH .....	45
6.2.2 Aplicación a la variable Cotización diaria del dólar .....	51
6.2.2.1 Identificación de los hechos estilizados .....	51
6.2.2.2 Aplicación del modelo ARCH .....	54

<b>VII. DISCUSIÓN .....</b>	<b>61</b>
7.1 Comparación de los resultados obtenidos al aplicar ambos modelos .....	61
7.2 Establecimiento de pautas para la elección del modelo óptimo .....	63
<b>VIII. INCERTIDUMBRE INFLACIONARIA: UN ANÁLISIS     EXPLORATORIO DEL CASO PERUANO .....</b>	<b>65</b>
8.1 Aspectos teóricos .....	65
8.2 Ajuste del modelo a la Inflación peruana .....	67
8.3 Análisis de los resultados .....	68
<b>IX. CONCLUSIONES .....</b>	<b>69</b>
<b>X. RECOMENDACIONES .....</b>	<b>71</b>
<b>XI. ANEXO METODOLÓGICO .....</b>	<b>73</b>
11.1 La metodología ARIMA .....	75
11.2 Descripción de las variables utilizadas en el estudio .....	79
11.3 Algunos procedimientos gráficos para detectar los hechos estilizados .....	83
<b>XII. BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>87</b>

# Introducción

---

El presente estudio está basado en la necesidad de mejorar las metodologías existentes en el sistema estadístico peruano. En el INEI y en otras entidades como algunas universidades siguen empleándose técnicas que si bien proporcionan resultados buenos aún se mantienen lejos del estándar metodológico de los demás países en América.

En el Perú, las variables económicas en general, casi en su mayoría, son ajustadas mediante modelos clásicos como los ARIMA, entre otros modelos econométricos, a fin de obtener predicciones a futuro que permitan a los decisores de políticas, tomar las mejores decisiones con un mínimo de riesgo.

Este tipo de variables debido a sus características, necesitan de un modelo que logre captar su comportamiento lo más cercanamente posible, pero muchas de ellas son tratadas en forma conjunta como si todas fueran originadas por los mismos fenómenos y siguieran un mismo patrón evolutivo, llegando a cometer errores.

Los modelos ARIMA, específicamente, poseen ventajas para la estimación y predicción de muchas variables macro económicas peruanas, pero en muchas economías donde se han realizado estudios utilizando variables como la Inflación, los precios, el tipo de cambio entre otras, estos modelos han demostrado su limitación en la modelización de variables con alta volatilidad, es decir, este modelo logra predecir solo la media mas no la varianza,

que en variables financieras es de mucha necesidad e importancia debido a que en estos casos es el riesgo el que requiere ser medido y al modelar su varianza estamos aproximándonos a ello.

Esta desventaja es cubierta, en muchos casos, si se aplican modelos no lineales como los ARCH (Autoregressive Conditional Hetero-cedasticity), los cuales fueron introducidos por Engle (1982) con el propósito de modelar la inflación del Reino Unido, pero que con otros estudios como los de Bollerslev, Taylor entre otros fueron encontrándose muchos otros modelos basados en la teoría condicional y que están siendo muy útiles en la modelización de variables con alta volatilidad. Además, los ARCH dentro de uno de sus enfoques, tienen la ventaja de cubrir las deficiencias de los modelos que no logran captar bien el comportamiento de las variables obteniéndose residuos heterocedásticos (varianza no constante) que es el fenómeno que originó a los ARCH.

Lógicamente, cada país tiene sus propias características económicas, pero es necesario probar en el caso peruano si son posibles las mejoras metodológicas al estudiar sus variables macro económicas.

De esta manera se planteó el problema que nos conllevó al estudio de las variables Inflación mensual en el periodo 1952 - 2001 y la cotización diaria del dólar en el periodo 1998 - 2001, la primera porque es muy importante dentro la política

económica y porque hemos visto conveniente incluirla debido a su relevancia en el estudio que se hace en cuanto a la teoría de Friedman; la segunda porque es una variable esencialmente financiera y que va directamente de la mano con nuestro propósito.

El método consistió en realizar un estudio de carácter analítico comparativo, mediante la aplicación de dos posibles modelos ARIMA - ARCH en ambas variables. Primero se aplicó los modelos ARIMA dentro del Enfoque de Box y Jenkins, de la cual se obtuvo resultados preliminares. Luego se aplicó los modelos ARCH dentro de dos enfoques a las dos variables, con la cautela necesaria en caso de aplicar los Tests y los periodos para obtener resultados comparables.

Luego dentro de la teoría de optimización se obtuvo resultados basados principalmente en la bondad de ajuste de cada uno de los modelos y su capacidad de predecir con la mayor precisión.

Los resultados giraron en torno a la lógica existente en la aplicación de modelos a una economía específica: En el caso peruano y para las variables estudiadas, los modelos ARCH son mejores que los ARIMA pero en un grado relativo.

En cuanto a la Inflación Mensual, el Modelo ARIMA nos proporcionó mejores resultados que los ARCH aplicado dentro de un primer enfoque.

En cuanto a la Hipótesis planteada por Friedman en la teoría monetaria se pudo verificar la aseveración de que en el Perú, en el periodo de 1952 - 2001, la inflación causó una mayor incertidumbre inflacionaria y que la incertidumbre causó una mayor inflación (ésta podría

considerarse como la ventaja más importante de los ARCH con respecto a los ARIMA).

En este primer enfoque se utilizó la combinación de los modelos ARIMA - ARCH, que en el caso peruano se constituye como un instrumento potente para la modelización de las variables macro económicas peruanas.

En el caso de la cotización diaria del dólar, debido a las características que presentaba, pudo ser ajustada mejor por los ARCH, dentro de un segundo enfoque en la que tiene que ver la teoría de los retornos financieros.

El documento se encuentra estructurado de la siguiente forma: En el capítulo I se plantea el problema de investigación, en el capítulo II se detallan los objetivos, en el capítulo III, el Marco Teórico, en el capítulo IV las hipótesis a probar, en el capítulo V, la medición análisis y los resultados, en el capítulo VI se hace hincapié a un tema importante que es la Incertidumbre Inflacionaria, que incluye desde un planteamiento del problema hasta la prueba de la hipótesis de Friedman, en el capítulo VII se hace una discusión basándose en los resultados obtenidos y en los demás capítulos se listan algunas conclusiones y se proporciona algunas recomendaciones al caso, además de complementar con los Anexos metodológicos donde se detallan brevemente la metodología ARIMA, la descripción de las variables utilizadas en el estudio y algunos procedimientos gráficos de detección utilizados pero que no han sido muy difundidos. Por último se lista la bibliografía que ha sido utilizada y algunas que podrían ser de utilidad para los lectores que estarían interesados en realizar estudios posteriores.

## I. FUNDAMENTACIÓN DEL PROBLEMA

---

### 1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En el campo macro económico, siempre se planteó el problema de la toma de decisiones, es decir, la elección de una opción entre diversas alternativas. Cada opción dará resultados distintos que pueden ser medidos en términos de utilidad, costos, beneficios o cualquier magnitud dependiendo del problema que se esté considerando.

Con las técnicas de modelización, se trata de hacer pronósticos "lo más cercanamente posible" sobre sucesos que todavía no han tenido lugar, pero, ¿qué pasa si no se elige la técnica adecuada para modelar las variables macroeconómicas?

Los estudios que se han venido realizando en el INEI, como ente rector del Sistema Nacional de Estadística, para el análisis de las variables macroeconómicas, giran en torno al enfoque clásico y al enfoque de dominio del tiempo, propuesta por Box y Jenkins (1976), quien introdujo su metodología para la modelización de variables en el tiempo, planteando un esquema que parte de la identificación y va hasta la validación del modelo.

Estos modelos, esencialmente los ARIMA, requieren del cumplimiento de ciertos supuestos para proceder a su aplicación, supuestos como normalidad, estacionariedad tanto en media como en varianza, la correlación entre dos observaciones distintas, igual a la de otras dos cualquiera separadas por la misma distancia, entre otros supuestos que

hacen posible contar con resultados confiables.

Muchas series históricas, son modelizadas utilizando estos criterios, obteniendo resultados que incurren en errores mínimos; lógicamente, estas series han tenido que cumplir con los supuestos antes mencionados. Asimismo, son modeladas aquellas que en un inicio faltaban a los supuestos, pero que necesitaron de una transformación para hacer posible su adaptación, haciendo uso de teorías centradas en la diferenciabilidad de la serie y en la existencia o no de raíces unitarias a partir de Tests como los de Dickey y Fuller.

El caso es que en muchas ocasiones, en Economía se habla de sucesos condicionados por movimientos que se produjeron en el pasado. Por ejemplo, todos relacionan inmediatamente estabilidad o inestabilidad en la economía con el cómo ha sido su comportamiento anterior, produciéndose fuertes sobresaltos en la evolución de sus variables (a estos movimientos bruscos de altas y bajas en la economía se denomina volatilidad).

A cualquiera se le puede ocurrir entonces que, en variables de este tipo, el comportamiento en el momento actual responde a una expectativa generada por su pasado; es decir, a un valor esperado condicionado por cuál ha sido su comportamiento anterior.

Es aquí donde nace la primera inquietud: ¿No es que para usar los Modelos ARIMA, tendría que considerarse una

homocedasticidad (varianza constante) en la variable? Y es por la respuesta que podría implicar esta interrogante, que podemos decir que la utilización de estos modelos permite constatar un hecho que no deja de ser preocupante: la volatilidad manifestada en un determinado periodo de tiempo no es independiente de la volatilidad manifestada en otros periodos inmediatamente anteriores (es decir, la varianza no es constante en el tiempo), lo que pone en tela de juicio, el hecho de modelar variables económicas con ciertos modelos que no se ajustan a estos requerimientos.

Además, muchos estudios han mostrado que el comportamiento de algunas variables tienden a mostrar características que se alejan de los supuestos de normalidad, de media nula y varianza constante, especialmente cuando se cuenta con información variante.

Es importante tener en cuenta que, mucho influye la coyuntura económica existente en un determinado ámbito de estudio, donde las variables macro económicas presentan características que si bien la experiencia internacional demuestra que pueden adaptarse a este tipo de modelos, se debería constatar su eficiencia en economías con menor inestabilidad.

Otro aspecto también importante y que tendrá que ser discutido en esta investigación es referente al estudio que hicieron Taylor y Poon (quienes hacen intuir que los Modelos ARIMA y cualquier otro modelo econométrico no son en principio excluyentes) y es que si bien existe un sinfín de metodologías,

cada uno creado a partir de estudios de casos particulares y adaptados a ellos, por tanto es posible pensar en la aplicación de la combinación de dos o más modelos que nos proporcionen resultados aun mejores, lo que no implicaría que en sí una metodología no sería alternativa de otra, y es que una vez hecha alguna adaptación a un modelo a cierto tipo de coyuntura, ésta ya es alternativa a la que se había estado empleando en un principio.

En si el problema está planteado sobre la necesidad de verificación en el caso de la economía peruana, si es que los modelos que vienen siendo aplicados son lo suficientemente eficaces para obtener buenos resultados o acaso como ocurre en otras economías este tipo de modelos han sido desplazados por otros que proporcionan resultados mucho mejores, lo cual está ligado a la mejor toma de decisiones.

Otra inquietud es saber si existe un perfil que determina la posible aplicación de estos modelos. Por ejemplo, si analizásemos la serie de producción, que debido a la estabilidad que presenta (sin considerar fenómenos al azar ya sea político económico o natural que podrían afectar esta condición), cumple con los supuestos necesarios para poder aplicar un modelo desde el enfoque clásico, pero es necesario constatar un hecho ampliamente probado en muchas economías en el ámbito mundial, el caso del Índice de Precios al Consumidor (en consecuencia la Inflación), desde que está altamente relacionada con el factor precio, se vuelve volátil, por tanto podría ser difícil su tratamiento con modelos

lineales como los ARIMA. Otro caso como la cotización del dólar, variable esencialmente financiera donde las fluctuaciones son diarias en economías altamente inestables como es el caso de economías norteamericanas, europeas entre otras y en menor grado en economías estabilizadas, sería otra variable que probablemente no cumpliría ciertos supuestos.

Podemos destacar además que desde el punto de vista estadístico, uno de los hallazgos más importantes es que en presencia de heterocedasticidad (varianza no constante), si bien el estimador clásico de mínimos cuadrados ordinarios sigue siendo el mejor dentro de la familia de los estimadores lineales (típicamente utilizados para estimar los parámetros de los modelos ARIMA), el estimador de máxima verosimilitud, el cual no es lineal, tiene mayor precisión y por tanto es más confiable (Cermeño, Rodolfo). El problema se complica cuando se sabe que el estimador clásico lineal, no permite identificar el proceso que gobierna la volatilidad de la varianza.

El desarrollo de nuevas técnicas econométricas, para el análisis del comportamiento de las variables macro económicas en estas dos últimas décadas y la experiencia de otros países que vienen aplicando estas metodologías, dejan claro la necesidad de hacer un estudio de las variables macro económicas peruanas, mediante la utilización de técnicas avanzadas y demostrar cuán eficaces son estos modelos en comparación con los que tradicionalmente se han venido utilizando.

De continuar esta sintomatología, es decir, de seguir analizando el comportamiento de las variables macro económicas con los procedimientos tradicionales, no permitiría conocer y aplicar métodos que podrían proporcionar mejores resultados, es decir, se seguiría corriendo el riesgo de tomar decisiones que no reflejan la realidad peruana.

Por tanto, para la obtención de mejores resultados, se hace indispensable, proponer y probar la eficacia de la nueva metodología para la modelización de las variables macro económicas en el Perú, que permite evaluar cómo se ha ido analizando estas variables en el tiempo y los errores que se hayan estado pudiendo cometer y a la vez obtener nuevos resultados que nos permitan descubrir su grado de adaptabilidad.

## 1.2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

¿En qué medida afectaría la toma de decisiones en el ámbito político económico, continuar aplicando metodologías tradicionales para modelizar variables macro económicas en el Perú?. ¿Podrían considerarse mejoras metodológicas? ¿Se obtendrían mejores resultados que los que se han venido obteniendo?.

## 1.3 SISTEMATIZACIÓN DEL PROBLEMA

Para responder a nuestras preguntas planteadas al formular nuestro problema de investigación, éstas las desagregaremos en las siguientes subpreguntas:

- ¿Cómo ha sido el comportamiento de las variables Cotización del dólar e Índice de Precio al Consumidor?
- ¿Qué características presentan estas variables macro económicas peruanas?
- ¿Qué resultados proporciona la aplicación de los modelos ARIMA en el estudio del comportamiento de las variables macro económicas peruanas?
- ¿Qué resultados proporcionaría la aplicación del modelo alternativo en el estudio del comportamiento de estas variables macro económicas peruanas?
- ¿Esta nueva propuesta logra captar características que presentan ciertas variables macro económicas en el Perú, las cuales no son captadas por los modelos ARIMA?
- ¿En qué grado, se logran obtener mejores predicciones al aplicar el modelo alternativo en comparación a los ARIMA a las variables macro económicas en el Perú?

## II. OBJETIVOS

---

### 2.1 Objetivo general

Contribuir con el mejoramiento metodológico de las técnicas utilizadas para realizar predicciones de las principales variables macro económicas en el Perú.

### 2.2 Objetivos específicos

- Presentar la metodología ARCH, para analizar y predecir el comportamiento de las principales variables macro económicas peruanas.
- Describir el comportamiento de las variables macro económicas en el

tiempo, identificando las principales características que puedan presentarse.

- Comprobar si los resultados obtenidos mediante la aplicación de los modelos ARCH, proporciona mejores resultados que los tradicionalmente utilizados en la modelización de las variables macro económicas peruanas.
- Proponer pautas para construir el perfil de variables que podrían ser modelizadas bajo uno u otro modelo.



### III. MARCO TEÓRICO

En la teoría clásica de series temporales (metodología de Box y Jenkins)<sup>1</sup>, el desarrollo estadístico se realiza a partir de un proceso estacionario (ya sea en sentido amplio o débil), es decir, un proceso que cumpla con las siguientes condiciones:

- Media constante
- Varianza constante
- Correlación entre dos observaciones distintas igual a la de otras dos cualquiera separadas por la misma distancia (mismo número de periodos)

Un caso especial de estos procesos es el denominado Ruido Blanco.

Existen muchos estudios sobre este tipo de series que cumplen con los supuestos anteriormente mencionados, sin embargo, el estudio del supuesto de varianza constante es menos extenso y, no tener en cuenta la no - constancia de la varianza, puede dar lugar a diversos problemas estadísticos cuando se estiman modelos econométricos (problemas ligados a la eficiencia de los parámetros estimados por ejemplo).

Robert Engle en 1982, al pretender obtener una predicción adecuada para la inflación en el Reino Unido<sup>2</sup> y basándose en las evidencias mostradas por esta variable financiera que presentaba ciertas características propias de su naturaleza, como una fuerte volatilidad seguida de periodos de calma y otros movimientos bruscos, características que solo se podían identificar en este tipo de variables, propuso un modelo econométrico denominado: Modelo Autoregresivo con

Heterocedasticidad Condicional (ARCH), modelo no lineal que logra captar estas características, obteniéndose mejores predicciones que las que se obtuvieron mediante la aplicación de otros modelos que no consideraban la presencia de estos elementos, contrarrestando los problemas que tienen que ver con la eficiencia de los parámetros estimados.

Las distintas variantes de modelos que tienen raíz en los ARCH, tienen como objetivo desde un primer enfoque, explicar el comportamiento de las varianzas de los residuos de un modelo ARIMA para los mismos, y desde un segundo enfoque, explicar el comportamiento de las varianzas de los rendimientos financieros a partir de una función del pasado de esos rendimientos.<sup>3</sup> Bajo el supuesto de que vienen generados por un proceso ruido blanco de variables incorrelacionadas pero no independientes.

Es decir, la modelización de la varianza condicional en la práctica es muy dependiente del modelo que se proponga para las variables.

Engle consideró la necesidad de plantear un modelo que recogiera el problema de los modelos convencionales los cuales no consideraban la varianza cambiante en el tiempo, proponiendo el siguiente modelo:

1/ Para mayor detalle, ver el anexo metodológico, donde se explica en forma resumida, la fase de la modelización según Box y Jenkins, o en todo caso remitirse a la bibliografía.

2/ Engle, R. F. 1982, Autoregressive Conditional Heterocedasticity with Estimates of the Variance of the United Kingdom Inflation, *Econometría* 50(4), 987-1007.

3/ En realidad, como veremos, el primer enfoque parte del segundo ya que los residuos se obtienen a partir de la función de regresión del segundo.

$$Y_t = \varepsilon_t h_t$$

Donde  $h_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1}^2$

Además,  $\varepsilon_t$  es un proceso Ruido Blanco (No correlacionado con su pasado y por tanto no está correlacionado con el pasado de  $Y_t$ )

Tanto para la media, como para la varianza condicional, en un determinado periodo  $t$ , el valor de  $t-1$  es una realización ya conocida.

A partir de este modelo original, como mencionamos anteriormente, diversos investigadores econométricos, dieron solución a problemas económicos referentes por ejemplo a la modelización de la incertidumbre inflacionaria, predicción en variables financieras entre otros.

En el *primer enfoque*, se parte del hecho de que si bien el supuesto de estacionariedad implica que no debe existir autocorrelación entre las observaciones del ruido blanco en el tiempo, esto no significa necesariamente que no haya dependencia entre éstas pero de manera no lineal, es decir, nada nos indica que podría existir una relación de dependencia cuadrática, exponencial o de cualquier otro tipo entre  $\varepsilon_t$  y  $\varepsilon_{t-j}$ .

Se plantea bajo el modelo ARCH propuesto por Engle, la existencia de un proceso definido a partir de un ruido blanco en el que la media y la varianza condicional no son constantes, (respondiendo al hecho de que la dependencia entre la evolución en periodos precedentes y el valor de variación del periodo actual nos lleva necesariamente a introducirnos en el campo de las probabilidades condicionales)

Sean los momentos condicionales del ruido blanco:

$$E(\varepsilon_t / \Psi_{t-1}) = 0$$

$$Var(\varepsilon_t / \Psi_{t-1}) = h_t^2$$

Donde  $\Psi_{t-1}$  representa toda la información disponible hasta el momento  $t$

Si suponemos, por ejemplo que:

$$h_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 \quad \text{con} \quad \alpha_0 > 0, \alpha_1 \geq 1$$

se tiene un modelo ARCH. (En este caso se tendría un modelo ARCH (1), puesto que la varianza condicional depende de un retardo de  $\varepsilon_t$ .)

Como es lógico, este ruido blanco podría tomarse como el comportamiento de los errores provenientes de un modelo de regresión dinámico dado por:

$$Y_t = X_t \beta + \varepsilon$$

Donde  $X_t$  es un vector de variables predeterminadas que incluye los términos de  $Y_t$  en periodos anteriores y  $\beta$  el vector de parámetros que tendría que estimarse.

Este modelo de regresión se denomina modelo de regresión ARCH, en el sentido de que ahora es el término de error de un modelo de regresión el que adopta una estructura ARCH<sup>4</sup>.

Es demostrable además que como veremos más adelante, debido a la no-linealidad del proceso, que los errores al cuadrado tienen un comportamiento AR por tanto, en la fase de identificación de los modelos ARCH se podrá identificar el orden mediante la

4/ Estadística Española: Revista Cuatrimestral del Instituto Nacional de Estadística. Volumen 35, Enero - Abril 1993.

utilización de la función de autocorrelación simple (f.a.s.) y la función de autocorrelación parcial (f.a.p.) de los residuos al cuadrado.

### Estimación de los modelos ARCH

Existe una amplia literatura relacionada con la modelización de variables cuya varianza no es constante en el tiempo, lo que hace que la familia de los ARCH sigue creciendo. Sin embargo en cuanto a su estimación, todas las metodologías giran en torno a la aplicación de dos: la primera es la de Máxima Verosimilitud y el segundo es el método de momentos generalizados, ambos superan las desventajas que presenta el método de mínimos cuadrados, en cuanto a su ineficacia para identificar el proceso que gobierna la evolución de la varianza, además ambos se aplican partiendo del modelo de regresión ARCH.

### El modelo GARCH

El modelo ARCH que Engle presentó, mostraba ciertas dificultades de estimación cuando se aplicaba a estructuras dinámicas en los cuadrados de la variable (o en los errores), es decir una desventaja en estos modelos era el problema de parsimonia ya que se necesita valores grandes de  $q$  (orden de un proceso ARCH general) para capturar el comportamiento de la función de autocorrelación.

El mismo Engle propuso en 1983 ciertas restricciones a los parámetros del ARCH (1) que simplificaba su estimación; pero estos cambios no fueron suficientes, por lo que Tim Bollerslev en 1986<sup>5</sup>, propuso el modelo GARCH que es la generalización del ARCH (GARCH: Generalized Auto Regressive Conditional Heterocedasticity).

Se determinó que la especificación ARCH presentaba características de un proceso de promedios móviles (MA) y que no sólo presentaba un proceso autoregresivo.

En su artículo Bollerslev presentó la parte teórica del modelo GARCH considerando que este modelo poseía una ventaja considerable sobre los ARCH, ya que GARCH consideraba una mejor estructura de rezagos y por tanto la obtención de estimadores más robustos, eliminando en cierta forma el problema de la falta de parsimonia.

En el modelo ARCH, se supuso que la varianza condicional de los errores sigan un proceso ARCH. Análogamente cuando se planteó el modelo GARCH se supuso que éste permitía que la varianza condicional siga un proceso ARMA.

El modelo dentro del primer enfoque (es decir aplicado a partir de la aplicación de un modelo de regresión ARCH) es:

$$\varepsilon_t = \sigma_t(h_t)$$

donde:  $\varepsilon_t$  es un proceso ruido blanco. La varianza de  $\sigma_t$  es uno.

$$h^2_t = \alpha_0 + \sum^q \alpha_i \varepsilon^2_{t-i} + \sum^p \beta h_{t-i}$$

Como en el caso anterior, para la identificación del orden del proceso se hará uso de la función de autocorrelación simple y parcial, teniendo en cuenta que los errores al cuadrado siguen un comportamiento tipo ARMA.

5/ Bollerslev T., 1986, Generalized Autorregressive Conditional Heterocedasticity, Journal of Econometrics. 31, 307 - 327.

En resumen, este primer enfoque sugiere que apliquemos un primer modelo en la serie original que bien podría ser lineal como los ARIMA y si se comprueba la existencia de Heterocedasticidad en los residuos habría que aplicarles un modelo ARCH/GARCH de un orden determinado, resultando un modelo final denominado ARIMA-ARCH, con lo que se lograría modelar la media y la varianza condicional.

El **segundo enfoque** está basado en la teoría monetaria y la teoría financiera. Por simples suposiciones, los portafolios de activos financieros son tomados como funciones de las medias y varianzas esperadas de los retornos.

Activos, tipo de cambio, tasa de interés entre otras variables son negociadas en los mercados de los valores, y la secuencia de los valores negociados de cada una de esas variables conforman una serie financiera.

Estas variables financieras presentan características peculiares conocidas como Hechos Estilizados, por tanto para entender su comportamiento, necesitamos contar con un modelo que precisamente sea capaz de reproducir estas características además que tenga en cuenta la necesidad de los inversionistas de predecir el comportamiento en el futuro.

Para la implementación de estos modelos usualmente es fundamental conocer el valor de una variable que no es observable: volatilidad, que podría ser definida de alguna manera como el grado de variabilidad que presentan los cambios de precios, estos cambios en la teoría financiera son denominados retornos<sup>6</sup> y que en los mercados es interpretada como una medida de riesgo asociada a los

productos. Por tanto, al tratar estas series se estudiarán sus retornos.

Se sabe que las series financieras tienen considerable dispersión con relación a la media, observándose además que la magnitud de tal dispersión tiene un comportamiento variante, lo que hace que la volatilidad se convierta en una de las características peculiares de este tipo de variables.

### Los Hechos Estilizados

Entre los principales hechos estilizados encontrados en la literatura<sup>7</sup> con referencia a las series de retornos financieros tales como tipo de cambio, activos, etc., se encuentran los siguientes:

**No - normalidad:** Mandelbrot (1963) probó que la distribución de los retornos (residuos) no era Normal.

**Autocorrelación:** Los retornos (residuos) no son autocorrelacionados, pero los cuadrados de los residuos sí lo están con una pequeña autocorrelación de primer orden y una subsiguiente queda bastante lenta, en caso de los autoregresivos y un comportamiento mixto en caso de los autoregresivos - media móvil.

6/ Se define retornos ( $R_t$ ) como la diferencia de logaritmos naturales de una variable en un periodo determinado  $t$ , con respecto al anterior:

$$R_t = \ln \left( \frac{P_t}{P_{t-1}} \right)$$

Para mayor detalle del porqué su utilización, puede dirigirse al Anexo II.

7/ El lector puede consultar los artículos de Flavio A. Ziegelmann y Pedro L. Valls Pereira: Modelos de Volatilidad Estocástica con Deformação Temporal: um estudo empírico para o índice IBOVESPA y Rodrigo F. Aranda: Modelos de Volatilidad, Especificación, Estimación y Prueba de Hipótesis.

**No - independencia:** Suponer normalidad y no - correlación significa independencia, pero debido a la no - normalidad de las series financieras la suposición de independencia no es válida.

**No - linealidad:** La autocorrelación en los cuadrados de los retornos (residuos) constituye una evidencia de carácter no lineal del proceso generador de los retornos.

**Conglomerados de volatilidad:** Esto significa que grandes cambios en las variables tienden a ser seguidos por grandes cambios, de cualquier signo, mientras que pequeños cambios en las variables tienden a ser seguidos por pequeños cambios de cualquier signo, con lo cual se probaría una vez más que el comportamiento de las variables está lejos de ser una normal.

**Asimetría:** Los retornos presentan un comportamiento asimétrico ya que no se cumple con el supuesto de normalidad.

**Colas anchas:** Si surgen valores extremos, ya sea positivos o negativos (o sea valores extremos en los cuadrados), debido a la autocorrelación de los cuadrados, habría tendencia a que los próximos cuadrados también sean extremos, originándose un exceso de estos extremos, esto es, colas anchas.

Entre los modelos que se ocupan de cuantificar la volatilidad son conocidos como Modelos de Volatilidad donde destaca precisamente el Modelo Autoregresivo de Varianza Condicional (ARCH)

Para su aplicación, el modelo original ARCH deberá recoger las características de los retornos. Es decir se aplicará toda la metodología descrita anteriormente, directamente a los retornos.

(Cabe destacar que el enfoque que se tome no implica que estas características solo se hayan cuando se trabaja con retornos, sino que si la variable presenta las características es precisamente porque necesita de la aplicación de un modelo de este tipo y por tanto será necesario hacer un análisis exploratorio a las variables que se investigarán).

### Estimación y contraste de los modelos

Según el modelo de Regresión ARCH, la estimación del modelo dada la presencia de Heterocedasticidad condicional, mediante el estimador clásico de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO), no permite identificar el proceso que gobierna la evolución de la varianza por lo que el estimador de Máxima Verosimilitud que a diferencia del MCO no es lineal, tiene mayor precisión y por tanto es más confiable.

Para testar la especificación del modelo, se puede utilizar el Contraste del Multiplicador de Lagrange (LM)<sup>8</sup> de homocedasticidad por el modelo ARCH u cualquier otra extensión. (Habría que tener cuidado con las conclusiones que se obtengan para el caso de las extensiones).

Además, y esto es muy importante, habría que probar que los parámetros en total deben sumar una cantidad menor que la unidad ya que sino tendría problemas de falta de especificación o de series sumamente explosivas en varianzas, (que va más allá de que concluir que la serie no es estacionaria).

8/ El Test del Multiplicador de Lagrange LM se basa en la siguiente hipótesis:

Ho: No existe heterocedasticidad en los residuos (o retornos)  
H1: Existe heterocedasticidad en los residuos (o retornos)

Para probar la normalidad del proceso ruido blanco, se puede recurrir a su valoración en términos estandarizados de la estimación, se puede realizar una regresión

de  $Y^2_t$ , sobre una constante y las estimaciones de la varianza. La  $R^2$  puede servir como una medida de la bondad del ajuste logrado.

**Contraste y Validación (\*)**

<b>CONTRASTE</b>	<b>MÉTODO</b>
Especificación Homocedasticidad	Multiplicador de Lagrange ARCH(q) $\Rightarrow$ T . R <sup>2</sup>
Normalidad de $\epsilon_t$	Contraste de normalidad sobre $\epsilon_t$ estandarizada con la varianza estimada.
Insegadez Pagan y Swert (1990)	<b>Regresión:</b> $Y^2_t = \alpha + \beta\sigma^2_t + \epsilon_t$
Bondad de Ajuste	R <sup>2</sup> de la regresión anterior.
Autocorrelación	Ljung - Box

(\*) Según Ruiz E. (1993): Modelos para series temporales heterocedásticas. Cuadernos Económicos ICE, 56, Pgs: 73-108

En el caso que se tengan dos o más posibles modelos se utilizarán criterios como el de Akaike y el de Schwartz para

elegir el modelo óptimo, además de otros estadísticos referidos al error que se incurre si se ajustara el modelo elegido.

## IV. HIPÓTESIS

---

### 4.1 PLANTEAMIENTO DE HIPÓTESIS

- Los modelos ARCH, proporcionan mejores resultados que los ARIMA al modelar las variables IPC y Cotización diaria del dólar.
- Cuando las variables en estudio presentan ciertas características como comportamientos bruscos y cambiantes en periodos cortos de tiempo, varianza no constante, asimetría en su distribución, no linealidad, entre otros hechos estilizados, es preferible aplicar los Modelos ARCH.
- Cuando las variables en estudio (o variables transformadas), cumplen con supuestos de homocedasticidad, es preferible aplicar modelos lineales como los ARIMA.

### 4.2 OPERACIONALIZACIÓN DE LAS HIPÓTESIS

Se analizará el comportamiento de las dos variables en estudio, aplicando ambos modelos ARCH y ARIMA, mediante la aplicación de software econométrico y estadístico que permitirá en primera instancia, realizar un análisis exploratorio completo de las variables, luego verificar los supuestos básicos y analizar qué sucedería si se aplicara uno u otro modelo.

Se identificará la presencia de los hechos estilizados en cada una de sus presentaciones, interpretando su origen y sus posibles efectos.

Se procederá a la fase de estimación, obteniendo valores estimados para los parámetros, calculando los estadísticos de los estimadores y de los residuos, en ambos modelos.

Luego se procederá a la fase de validación de ambos modelos, verificando si los modelos ajustados son los adecuados en comparación a otros posibles modelos (del mismo tipo pero distinto orden)

El siguiente paso será predecir el comportamiento futuro de las variables investigadas al aplicar ambos modelos, interpretando los resultados obtenidos.

Estas dos últimas fases serán claves para la comparación entre los dos modelos, mediante criterios tanto estadísticos como econométricos lo que permitirá establecer conclusiones que nos conllevarán a la prueba de las hipótesis planteadas.

Para una mejor presentación y evitar algunas confusiones, estos procesos se ejecutarán en primera instancia para los modelos ARIMA y luego para los modelos ARCH, dejando al final las conclusiones extraídas de la comparación.



## V. MÉTODOS

---

### 5.1 MÉTODO DE INVESTIGACIÓN

Dentro de la teoría de optimización, nuestra investigación se basará primero en la observación, de la variable Índice de Precios al Consumidor en el periodo 1952 - 2001 y la Cotización diaria del dólar americano en el periodo 1998 - 2001, pues esto nos permite identificar las principales características del comportamiento de las variables que se estudiarán, relacionando nuestro Marco Teórico y los objetivos planteados.

En segundo término, la investigación se basará en la inducción debido a que, partiendo de la observación de fenómenos característicos denominados hechos estilizados u otros fenómenos y, mediante la comparación se podrán establecer conclusiones que podrán ser de utilidad para explicar otros fenómenos.

Y en tercera instancia, se utilizará la deducción para construir el de variables que podrán ser modelizables bajo uno u otro modelo, definiendo pautas para su elección.

#### Fuentes y técnicas para recolección de información

Nuestra principal fuente de información es la base de datos conteniendo las dos variables seleccionadas para la investigación, que será proporcionada por la Dirección Técnica de Indicadores Económicos del INEI, la cual será depurada debidamente. Además se hará uso de fuentes secundarias como bibliografías,

papers, que se obtendrá mediante la visita a bibliotecas especializadas y a través de Internet, se contará con asesorías en el tema que ayudarán a ampliar y mejorar la metodología aplicada.

#### Tratamiento de la Información

Como se citó anteriormente, se depurará y estandarizará la base de datos como primer paso.

Luego, se procederá a la aplicación tanto de técnicas estadísticas como econométricas.

Las técnicas estadísticas, permitirán realizar primeramente, un análisis exploratorio como un control de calidad previo, luego se procederá a construir algunos estadísticos y tabulados como proceso descriptivo. Se utilizarán estas técnicas como herramientas de mayor utilidad al momento de interpretar los resultados y el análisis de la significación de los parámetros y la confiabilidad de los intervalos de confianza.

Las técnicas econométricas, nos proporcionarán modelos que se aplicarán en la investigación con sus respectivos tests que confirmarán la presencia o ausencia de características importantes de las series en estudio y del cumplimiento de los respectivos supuestos.

Cada una de estas técnicas estarán apoyadas por un análisis gráfico que permitirá al usuario, tener una idea más clara del propósito de esta investigación y de los resultados que se puedan obtener.



## VI. MEDICIÓN, ANÁLISIS Y RESULTADOS

De acuerdo a los objetivos y a la operacionalización de las hipótesis a contrastar, se presentará a continuación el análisis de la modelización de las variables con ambos modelos (ARIMA en primera instancia y luego ARCH).<sup>9</sup>

### 6.1 AJUSTE DEL MODELO ARIMA A LAS VARIABLES IPC Y COTIZACIÓN DEL DÓLAR

#### 6.1.1 Aplicación a la variable: Inflación mensual: 1952 - 2001

El primer paso para cualquier análisis es el análisis de la serie en su forma original, es decir, como paso primero analizaremos el gráfico original de la serie. Veamos:

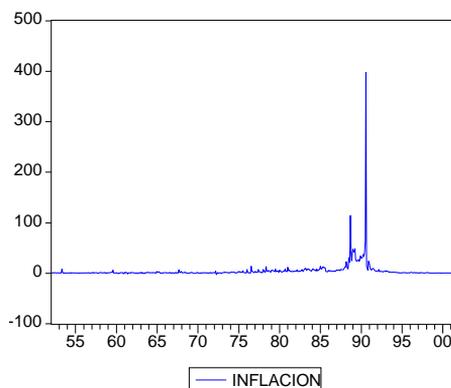
Como se puede observar en el gráfico original de la serie, en los meses de las

décadas del 50 al 80, en un mismo año base<sup>10</sup>, hubo una marcada estacionalidad, es decir, no existieron cambios significativos, pero es clara la perturbación que significó el cambio de gobierno del 85 al 90, donde hubo una hiperinflación que "desestabilizó" la economía para luego tornarse aún más constante en los últimos años. Es importante resaltar que estos datos hacen que si no se ajusta un modelo adecuado se tenderá a sobrestimar los parámetros y nos conllevará a conclusiones erróneas.

Una vez analizado el gráfico de la serie original, sigamos ahora sí el esquema de modelización propuesta por Box y Jenkins:

Gráfico N°1

Inflación mensual: 1952:2001



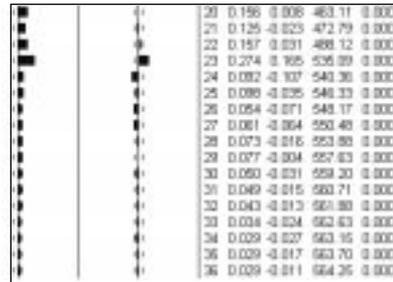
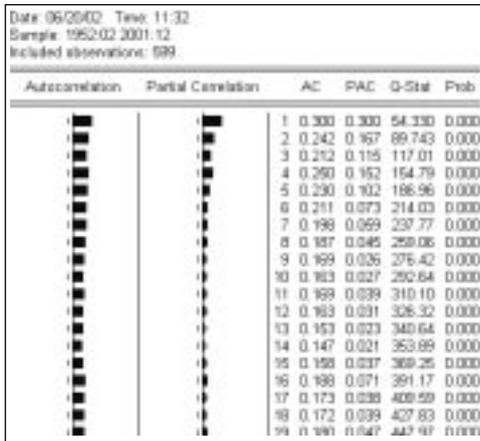
9/ En esta sección sólo se consideraran los cuadros y gráficos más importantes, los demás podrían ser reproducidos por el lector.

10/Para ver cómo se ha procedido para estandarizar la base de datos a un mismo año base, así como una breve descripción de la variable, puede ver el Anexo II.

a) Análisis de la estacionariedad

Figura N°1

Función de autocorrelación: Inflación mensual: 1952:2001



Es de suma importancia en la aplicación de la teoría de Box y Jenkins, probar el cumplimiento de los supuestos básicos para modelizar una serie de tiempo, como la estacionariedad (por lo menos en sentido débil o amplio). Para su detección, existen diversos instrumentos básicamente estadísticos y gráficos.

Entre las pruebas gráficas, contamos con las funciones de autocorrelación simple y parcial (f.a.s. y f.a.p. respectivamente). La figura 1, nos muestra una posible no estacionariedad (debido a que la caída es un tanto lenta en la f.a.s. en tanto que en la f.a.p., existen varios valores de autocorrelación fuera de las bandas de confianza). (Algunos autores proponen que para contar con estacionariedad, el número de autocorrelaciones que caen fuera de las bandas no puede superar a 3). En todo caso la decisión se tomaría después de probar mediante la utilización de pruebas estadísticas.

En cuanto a las pruebas estadísticas, se cuenta con el estadístico Q de Box y Pierce y el Test de raíces unitarias de Dickey y Fuller aumentado.

Tal como se puede observar en la figura 2, el Test de Dickey y Fuller aumentado, permite rechazar al 5% de nivel de significancia, la hipótesis nula de presencia de raíces unitarias, que nos conlleva a concluir que la serie de la variación mensual del IPC (o inflación) es estacionaria.

Se demuestra que no existen problemas de raíces unitarias, pero, para un análisis más detallado, es necesario distinguir las raíces unitarias de los quiebres estructurales.<sup>11</sup>

11/Perron y Rappoport y Reichlin concordaban en la hipótesis de que eventos como esta crisis inflacionaria se deben a quiebres estructurales, que podría ser motivo de otro estudio y probar para el caso de las variables peruanas.

**Figura N°2**

Test de Dickey y Fuller Aumentado.  
Inflación mensual: 1952 - 2001

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on MFLAC				
ADF Test Statistic	-8.607300	1% Critical Value*	-3.4407	
		5% Critical Value	-2.8667	
		10% Critical Value	-2.5995	
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(MFLAC)				
Method: Least Squares				
Date: 06/07/00 Time: 10:35				
Sample (adjusted): 1952:06 2001:12				
Included observations: 696 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
MFLAC(-1)	-0.515667	0.063230	-8.097300	0.0000
D(MFLAC(-1))	-0.283440	0.060575	-4.611253	0.0000
D(MFLAC(-2))	-0.114895	0.060626	-1.892669	0.0663
C	2.262240	0.736372	3.060961	0.0029
R-squared	0.370360	Mean dependent var	-0.000693	
Adjusted R-squared	0.373199	S.D. dependent var	21.57521	
S.E. of regression	17.06005	Akaike info criticon	8.520622	
Sum squared resid	172743.4	Schwarz criticon	8.550086	
Log likelihood	-2535.145	F-statistic	119.0883	
Durbin-Watson stat	2.036020	Prob(F-statistic)	0.000000	

Una vez que ya contamos con una serie de tiempo estacionaria<sup>12</sup> podemos dar el siguiente paso que es la identificación del modelo, la cual se presenta a continuación:

**b) Identificación del modelo**

Trabajando ya con la serie de variación mensual o inflación y obteniendo las funciones de autocorrelación simple y parcial, mostradas en el gráfico 1, se puede observar el decaimiento lento, tanto en la función de autocorrelación simple como en la parcial, lo que nos haría pensar en un modelo mixto ARMA de primer orden

o de algún orden mayor, (podría considerarse hasta un orden máximo de  $p=4$  y  $q=4$ ).

De acuerdo con esto la fase de identificación culminaría con la elección del mejor modelo, por tanto, cabría la necesidad de probar todos los posibles modelos mixtos, tipo ARMA(p,q).

<sup>12</sup>Hasta ahora solo estamos tratando la estacionariedad en media, la estacionariedad en varianza aun no ha sido tratada en esta sección.

### Cuadro N°1

Resultados obtenidos al aplicar el modelo ARIMA  
Inflación mensual: 1952 - 2001

Modelo	Parámetros	Coeficientes	Significación	Estadísticos	
ARMA(1,1)	AR(1)	0.970437	0.0000	R2 Ajust.	0.164427
				SCReg	16.64616
				SCE	165148.4
	MA(1)	-0.845188	0.0000	AIC	8.465575
				Schwarz	8.480269
				D-W	1.898738
ARMA(2,1)	AR(1)	1.049218	0.0000	R2 Ajust.	0.166114
				SCReg	16.64273
	AR(2)	-0.071749	0.1379	SCE	164526.3
				AIC	8.466836
	MA(1)	-0.873478	0.0000	Schwarz	8.488906
				D-W	2.000057
ARMA(1,2)	AR(1)	0.975347	0.0000	R2 Ajust.	0.166137
				SCReg	16.62911
	MA(1)	-0.800356	0.0000	SCE	164533.8
				AIC	8.465191
	MA(2)	-0.061820	0.1430	Schwarz	8.487232
				D-W	1.998828
ARMA(2,2)	AR(1)	-0.019688	0.5340	R2 Ajust.	0.162889
				SCReg	16.67488
	AR(2)	0.961664	0.0000	SCE	164884.4
				AIC	8.472361
	MA(1)	0.1500065	0.0001	Schwarz	8.501788
				D-W	1.906395
MA(2)	-0.884246	0.0000			

El cuadro 1 muestra los resultados obtenidos al modelar la serie para valores de  $p=2$  y  $q=2$  (para valores mayores se obtuvieron parámetros no significativos).

Para elegir el mejor modelo, se han propuesto otros criterios a partir del enfoque Bayesiano, de los cuales los más utilizados son el criterio de Akaike (1974) y el de Schwarz (1978), ambos se basan en la elección del mejor modelo como el que presenta menor varianza residual de entre aquellos modelos con igual número de parámetros<sup>13</sup> (entonces no habrían problemas para nuestro caso)<sup>14</sup>.

Por tanto, por todo lo descrito anteriormente, el modelo óptimo que se ajusta al comportamiento de la serie sería el proceso mixto de primer orden

ARMA(1,1), el cual no considera la constante por no ser esta significativa (se está considerando un nivel de confianza del 95% aún cuando esta serie presenta datos discordantes que ocultan o sobrestiman al modelo).<sup>15</sup> Además es este modelo el que mejores ajustes presenta, considerando criterios como el Test de Durbin Watson, los errores y el grado de ajuste.

13/Se debe tener en cuenta que este criterio es un tanto desventajoso en el caso de procesos AR ya que tiende a la sobreparametrización.

14/La principal diferencia entre estos dos criterios, es que el criterio de Schwarz supone una mayor penalización a la introducción de nuevos parámetros, en ambos la utilidad se manifiesta cuando se comparan los valores obtenidos en modelos alternativos.

15/Se probó para ordenes mayores de cada uno de los procesos pero resultaron no significativos o con un valor de estadístico AIC y Schwarz mayor a los que se presentan en el cuadro 1.

**c) Estimación del modelo identificado**

Cuando se identificó el modelo incurrimos necesariamente en la estimación del mismo, por lo que este paso ya está dado

y los resultados obtenidos con los cuales se construyó el cuadro de resumen anterior fueron obtenidos de las salidas del paquete econométrico. Presentamos la salida solo para el modelo óptimo.

**Figura N°3**

Estimación del modelo óptimo  
Inflación mensual: 1952 - 2001

Dependent Variable: INFLAC				
Method: Least Squares				
Date: 06/20/02 Time: 17:12				
Sample(adjusted): 1952:03:2001:12				
Included observations: 598 after adjusting endpoints				
Convergence achieved after 8 iterations				
Backcast: 1952:02				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.970437	0.014195	68.36562	0.0000
MA(1)	-0.845188	0.031435	-26.88652	0.0000
R-squared	0.165825	Mean dependent var	4.414637	
Adjusted R-squared	0.164427	S.D. dependent var	18.21060	
S.E. of regression	16.64616	Akaike info criterion	8.465575	
Sum squared resid	165148.4	Schwarz criterion	8.490269	
Log likelihood	-2529.207	Durbin-Watson stat	1.898738	
Inverted AR Roots	.97			
Inverted MA Roots	.85			

Por tanto, el modelo estimado sería:

$$INF_t = 0.970437INF_{t-1} + 0.845188\varepsilon_{t-1}$$

**d) Validación del modelo**

Como mencionamos en el marco teórico, todo modelo que tiene como objetivo principal predecir el comportamiento futuro de la serie de tiempo, debe ser validado.

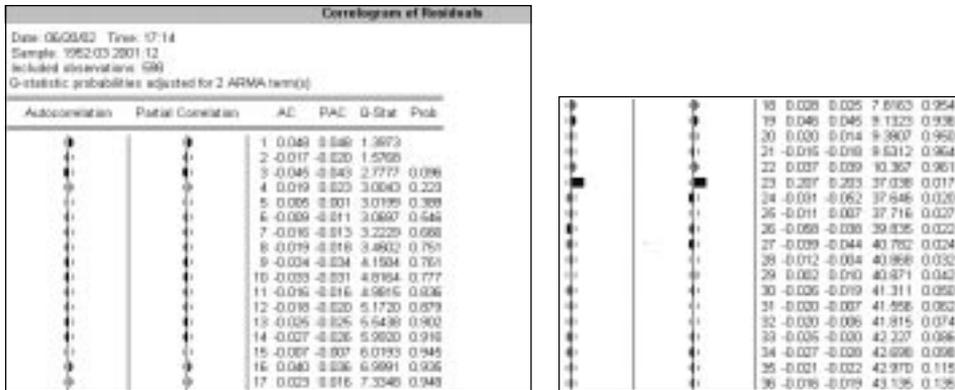
Existen diferentes maneras de validar un modelo, las más conocidas son: los residuos del modelo estimado tienen un comportamiento aproximado al del ruido blanco (es decir que su función de autocorrelación simple y parcial deben presentar valores cercanos a cero), además que su distribución debe tender a una

normal, el modelo estimado es estacionario o invertible, los coeficientes son estadísticamente significativos y el grado de bondad de ajuste es mayor comparado con otros modelos. Aun más importante y el que nos permitirá concluir que el modelo ajustado es bueno, es probar su calidad o bondad de ajuste mediante el cálculo del error al que se incurre si pronosticamos y luego comparamos con los valores originales en un periodo determinado.

Para nuestro modelo, a medida que fuimos avanzando según el esquema, hemos podido notar que éste ha cumplido con casi todos los supuestos, faltando verificar si los residuos tienen un comportamiento aleatorio, además del cumplimiento de ciertas hipótesis en las que se basan algunos Tests que describiremos luego.

**Figura N°4**

Función de autocorrelación de los errores  
Modelo ARMA(1,1)  
Inflación mensual 1952 - 2001



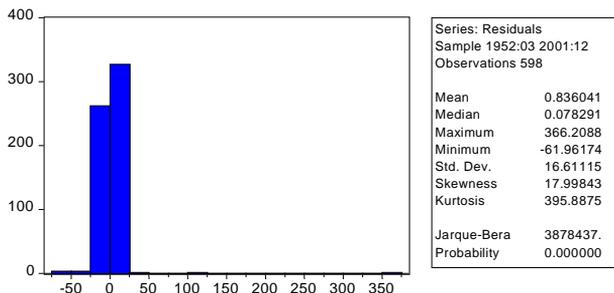
Analizando la figura 4, se puede decir que los residuos siguen un comportamiento aleatorio, ya que los valores de las correlaciones están dentro de las bandas, además los valores de significación del estadístico Q son mayores que el nivel de significación necesario para no rechazar la hipótesis de que los errores siguen un comportamiento ruido blanco.

Los gráficos 2 y 3 nos muestran que aún cuando se ha elegido el modelo óptimo y los residuos siguen un comportamiento

aleatorio, no se logra cumplir con el supuesto de normalidad de los residuos. El histograma nos muestra una distribución leptocúrtica (con una curtosis mayor que 3), el estadístico de Jarque Bera tiene un p - valor menor que el 0.05 de significancia que rechaza la hipótesis de normalidad en los residuos y por último el gráfico de cuantiles nos muestra la ausencia de normalidad al no tener un comportamiento lineal como se espera cuando los residuos siguen un comportamiento normal.

**Gráfico N°2**

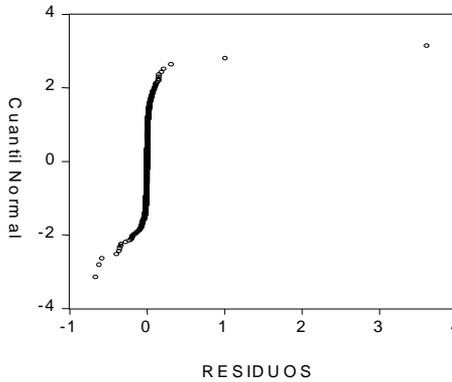
Histograma, Estadísticos y Prueba de Normalidad de los residuos  
Inflación mensual: 1952 - 2001



16/ Estos resultados son válidos desde las bases de un modelo lineal.

**Gráfico N°3**

Gráfico de cuantiles para normalidad de los residuos  
Inflación mensual: 1952 - 2001

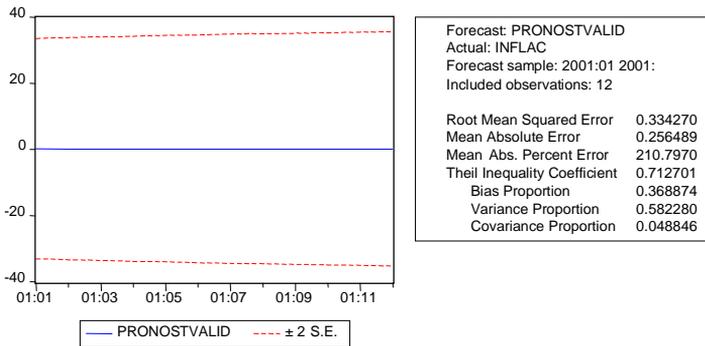


Por último, veamos los resultados que se obtienen al ajustar el modelo en el periodo 2001:01 - 2001:12, con el fin de contrastar los resultados al compararlos con

la serie original mediante el error cuadrático medio, el error medio absoluto entre otros.

**Gráfico N°4**

Pronóstico con el modelo ARMA(1,1)  
Inflación mensual: 2001:01 - 2001:12



La magnitud del error que se produce al ajustar el modelo estimado es bastante pequeña lo que sugeriría que está captando bien su comportamiento.

hacia delante, es decir para el periodo 2002:01 - 2002:6

La ecuación de pronóstico es el siguiente:

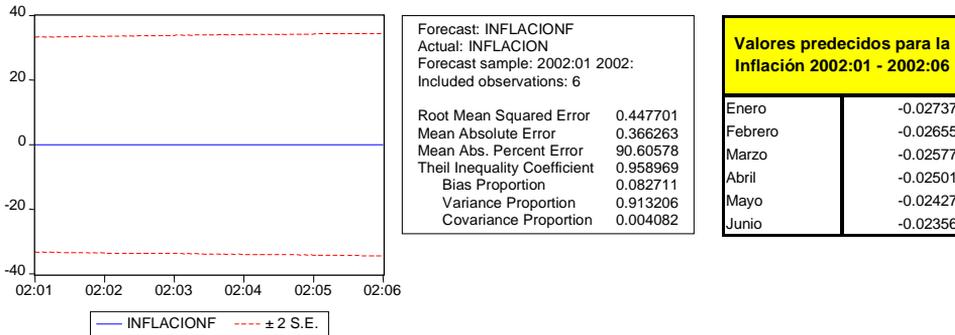
**e) Predicción con el modelo estimado**

Ahora presentaremos el pronóstico para la variación porcentual del IPC un año

$$INF_t = 0.970437INF_{t-1} + 0.845188\epsilon_{t-1}$$

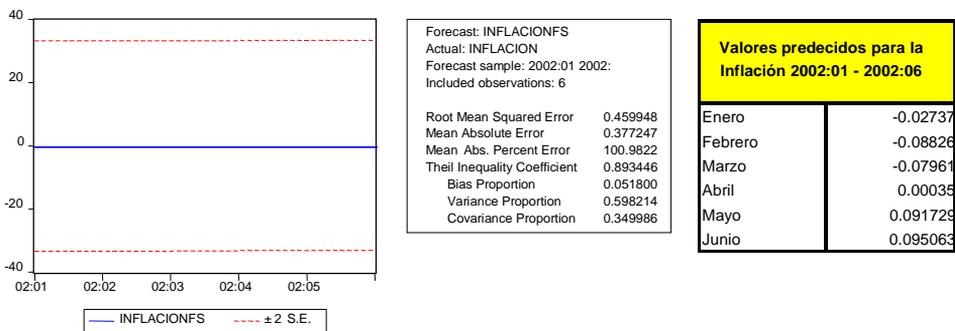
### Gráfico N°5

Predicción con el modelo ajustado ARMA(1,1)  
Enero 2002 - Junio 2002  
(Método: Dinámico)



### Gráfico N°5.1

Predicción con el modelo ajustado ARMA(1,1)  
Enero 2002 - Junio 2002  
(Método: Estático)



Tal como se puede observar en los gráficos 5 y 5.1<sup>17</sup>, el comportamiento de la inflación en los 6 primeros meses tiene algunas ligeras bajas y subidas pero que no se espera que haya un fenómeno atípico, es decir, su comportamiento se mantendrá constante con respecto a los últimos meses del 2001.

El error de predicción en promedio al aplicar el modelo ARIMA en la inflación

mensual produjo una magnitud para el error dado por la raíz del cuadrado medio del error de 0.45.<sup>18</sup>

<sup>17</sup>/E Views 3.1 proporciona dos tipos de pronóstico, el dinámico que es multi - periodos adelante y el estático que realiza pronósticos un paso adelante.

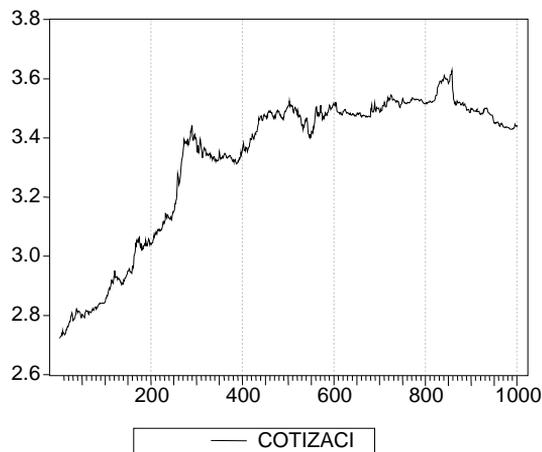
<sup>18</sup>/Las predicciones se realizaron en los primeros 6 meses del 2002, que no fueron considerados para las fases de identificación, estimación y validación.

### 6.1.2 Aplicación a la variable Cotización diaria del dólar: 1998 - 2001<sup>19</sup>

#### a) Análisis de la serie original

**Gráfico N°6**

Cotización diaria del dólar 1998 - 2001



El gráfico 6 nos muestra que, durante el periodo de 1998 a 1999, el dólar experimentó una subida con respecto a la moneda nacional, para luego tener un comportamiento de alzas y bajas hasta que a finales del año 2000 presentó su mayor alza llegando a 3.65 nuevos soles por dólar, en series de tiempo, este comportamiento es propio de series que no tienen un comportamiento estacionario en media y un tanto en varianza (se puede notar una clara tendencia), el cual sería necesario pase por una prueba de estacionariedad como primer paso.

La figura 5, nos presenta la función de autocorrelación simple y parcial para la

serie, en la cual se puede notar claramente su comportamiento no estacionario ya que ninguno de las autocorrelaciones caen dentro de la banda y no existe alguna caída, por tanto esto debería verificarse con la prueba de raíces unitarias de Dickey y Fuller<sup>20</sup> que se presenta en la figura 6, en la que se comprueba que la serie de cotización del dólar no tiene un comportamiento estacionario.

<sup>19</sup>/El análisis ya no será con detalle de cada uno de los estadísticos como en el caso del IPC. En el Anexo II, se da una breve reseña acerca de la variable.

<sup>20</sup>/En la prueba se incluyó la tendencia y el intercepto, en base al análisis de la serie.

Figura N°5

Función de autocorrelación  
Cotización diaria del dólar 1998 - 2001

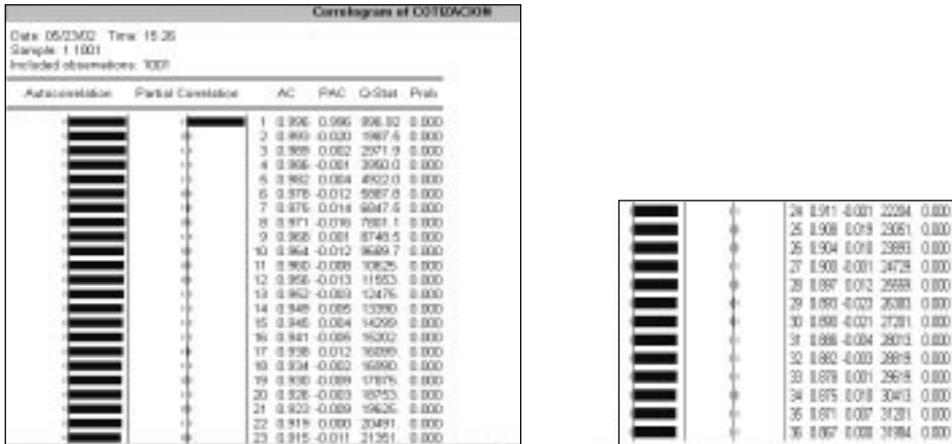


Figura N°6

Test de Dickey y Fuller Aumentado  
Cotización diaria del dólar 1998 - 2001



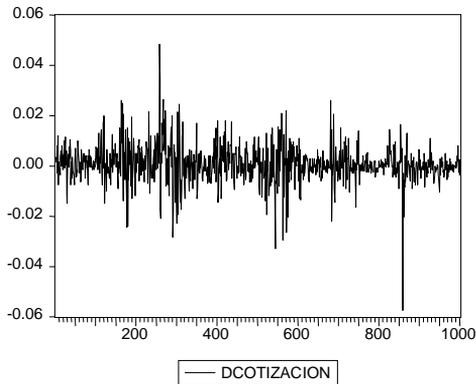
De acuerdo a los resultados obtenidos de ambas pruebas estadísticas y gráficas, podemos plantear una transformación que es la de

diferencias<sup>21</sup>, obteniendo los resultados que se muestran a continuación:

21/Se realizó el proceso de modelización transformando la serie con logaritmos, pero no dio resultados positivos.

**Gráfico N°7**

Serie diferenciada (d=1)  
Cotización diaria del dólar 1998 - 2001



En primera instancia el gráfico de la serie diferenciada (Ver gráfico 7) nos muestra un comportamiento estacionario en media, (Que podría ser verificada al observar la función de autocorrelación mostrada en la figura 7 y probada a través del Test de Dickey y Fuller, mostrado en la figura 8), pero que no podría decirse lo

mismo para el caso de la varianza, esto se debe a (1) la periodicidad de las observaciones, (2) Las variaciones de las cotizaciones, en algunos casos con fluctuaciones mayores que en otras; esto podría influenciar en la estabilidad de la serie y en todo lo que implica su estimación y por tanto su predicción.

**Figura N°7**

Función de autocorrelación serie diferenciada (d=1)  
Cotización diaria del dólar 1998 - 2001

Development of DCOTIZACION					
Date: 05/04/02 Time: 12:55					
Sample: 1 1001					
Included observations: 1000					
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	1.000	1.000	1.000	0.000	0.000
2	-0.009	-0.025	0.000	23.129	0.000
3	0.016	0.022	0.000	23.384	0.000
4	0.025	0.020	0.000	23.896	0.000
5	0.030	0.025	0.000	24.902	0.000
6	0.014	0.027	0.000	26.100	0.000
7	0.016	0.015	0.001	26.394	0.001
8	-0.002	-0.027	0.001	26.367	0.001
9	0.004	0.027	0.001	26.547	0.001
10	0.010	0.014	0.001	26.403	0.001
11	0.036	0.021	0.001	26.700	0.001
12	0.049	0.006	0.001	26.981	0.001
13	0.001	-0.014	0.001	27.227	0.001
14	0.013	0.013	0.001	27.285	0.001
15	0.009	0.001	0.001	27.227	0.001
16	-0.026	-0.025	0.001	27.349	0.001
17	0.029	0.031	0.001	27.492	0.001
18	0.036	0.025	0.001	27.902	0.001
19	0.046	0.031	0.001	28.054	0.001
20	0.030	0.008	0.001	28.057	0.001
21	0.002	0.049	0.001	28.079	0.001
22	0.000	0.034	0.001	28.470	0.001
23	0.012	-0.004	0.001	28.627	0.001

24	-0.048	-0.061	0.000	61.947	0.000
25	-0.031	-0.022	0.000	62.910	0.000
26	-0.009	-0.015	0.000	62.982	0.000
27	-0.045	-0.050	0.000	65.132	0.000
28	0.024	0.039	0.000	65.679	0.000
29	-0.015	-0.039	0.000	65.906	0.000
30	0.041	0.045	0.000	67.685	0.000
31	0.036	0.015	0.000	68.022	0.000
32	-0.042	-0.008	0.000	70.005	0.000
33	-0.054	-0.040	0.000	73.081	0.000
34	-0.006	0.006	0.000	73.911	0.000
35	-0.001	-0.007	0.000	73.911	0.000
36	-0.030	-0.012	0.000	74.076	0.000

**Figura N°8**

Test de Dickey y Fuller Aumentado  
Cotización diaria del dólar 1998 - 2001 (d=1)

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on DDCOTDOLAR				
ADF Test Statistic	-13.85571	1% Critical Value*	-3.4387	
		5% Critical Value	-3.0649	
		10% Critical Value	-2.9895	
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(DCOTDOLAR)				
Method: Least Squares				
Date: 05/06/02 Time: 15:11				
Sample (adjusted): T 1001				
Included observations: 100 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
DCOTDOLAR(-1)	-0.819546	0.062773	-13.05571	0.0000
D(DCOTDOLAR)(-1)	-0.822713	0.057824	-14.18836	0.0000
D(DCOTDOLAR)(-2)	-0.890336	0.090847	-9.79989	0.0000
D(DCOTDOLAR)(-3)	-0.840387	0.041854	-20.08023	0.0000
D(DCOTDOLAR)(-4)	-0.834676	0.038776	-21.53167	0.0000
C	0.000581	0.000340	1.70844	0.0914
R-squared	0.425814	Mean dependent var	4.52E-06	
Adjusted R-squared	0.422710	S.D. dependent var	0.000707	
S.E. of regression	0.007421	Akaike info criterion	-6.962982	
Sum squared resid	0.254660	Schwarz criterion	-6.833400	
Log likelihood	3470.389	F-statistic	148.9676	
Durbin-Watson stat	1.895480	Prob(F-statistic)	0.000000	

**b) Identificación del modelo**

Trabajando ya con la serie diferenciada y observando el correlograma mostrado en la figura 7, podemos identificar los siguientes

procesos: AR(1), MA(1) y ARMA(1,1), de los cuales debe elegirse el mejor. Los resultados se muestran a continuación:

**Cuadro N°2**

Resultados obtenidos al aplicar el modelo ARIMA.  
Cotización diaria del dólar 1998 - 2001

Modelo	Parámetros	Coefficientes	Significación	Estadísticos	
AR(1)	C	0.000717	0.0095	R2 Ajust.	0.022974
				SCReg	0.007406
				SCE	0.054688
	AR(1)	0.151571	0.0000	AIC	-6.970981
				Schwarz	-6.961157
			D-W	1.989898	
MA(1)	C	0.000718	0.0082	R2 Ajust.	0.024092
				SCReg	0.007398
				SCE	0.054626
	MA(1)	0.159193	0.0000	AIC	-6.973119
				Schwarz	-6.963304
			D-W	2.004063	
ARMA(1,1)	C	0.000718	0.0008	R2 Ajust.	0.0024267
				SCReg	0.007405
	AR(1)	-0.088761	0.6516	SCE	0.054616
				AIC	-6.970303
	MA(1)	0.245852	0.1989	Schwarz	-6.955568
				D-W	1.999571

Según los resultados mostrados en el cuadro 2, podemos desechar la posibilidad de un modelo mixto (sus coeficientes no son significativos), concluyendo que la variable cotización diaria del dólar en el periodo de estudio, puede haber sido generado a través de un proceso MA(1) (que aplicado a la serie diferenciada sería: ARIMA(0,1,1)

$$Cotiz_t =$$

$$0.000718 + Cotiz_{t-1} - 0.15919\epsilon_{t-1},$$

para la serie original.

**c) Estimación del modelo**

Después de haber identificado el proceso generador de la serie en estudio y de acuerdo a los resultados del cuadro 2, éste está denotado por:

$$DCotiz_t = 0.000718 - 0.159193\epsilon_{t-1},$$

para la serie en diferencias y,

**d) Validación del modelo**

Se puede observar en la función de autocorrelación de la figura 9 que los residuos caen dentro de la banda de confianza, el estadístico Q nos muestra que no existe evidencia para afirmar que exista correlación entre los errores, además sus valores no son significativos al 95 % de confianza (p- valores mayores que 0.05)

**Figura N°9**

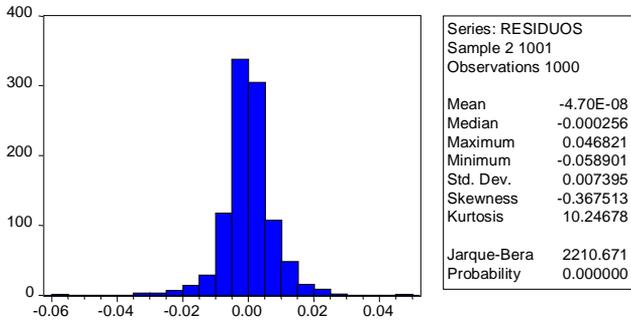
Función de autocorrelación de los residuos Cotización diaria del dólar (d=1)

Correlogram of RESIDUOS					
Date: 05/07/02 Time: 15:16					
Sample: 1 1001					
Included observations: 1000					
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Pval
1	1	-0.002	-0.002	0.0042	0.948
2	0	-0.011	-0.011	0.1283	0.908
3	0	0.014	0.014	0.2185	0.957
4	0	0.019	0.019	0.6771	0.954
5	0	0.026	0.026	1.3564	0.929
6	0	0.008	0.008	1.4173	0.966
7	0	-0.016	-0.016	1.6670	0.975
8	0	-0.013	-0.014	1.8486	0.966
9	0	0.053	0.052	4.7104	0.899
10	0	0.020	0.019	6.1182	0.903
11	0	0.025	0.026	6.7778	0.888
12	0	0.046	0.046	7.3040	0.793
13	0	-0.009	-0.010	7.3173	0.945
14	0	0.013	0.010	8.1390	0.882
15	0	0.012	0.008	8.2940	0.912
16	0	-0.032	-0.032	9.3250	0.899
17	0	0.024	0.022	9.8963	0.908
18	0	0.028	0.027	10.694	0.907

19	0.027	0.025	11.423	0.980
20	0.084	0.085	20.485	0.428
21	0.062	0.060	24.366	0.276
22	0.039	0.040	25.891	0.286
23	0.014	0.011	28.078	0.287
24	-0.046	-0.067	28.240	0.260
25	-0.036	-0.030	28.825	0.271
26	0.029	-0.009	28.836	0.319
27	-0.061	-0.061	31.526	0.260
28	0.026	0.037	32.980	0.241
29	-0.027	-0.039	33.576	0.285
30	0.043	0.034	36.196	0.236
31	0.036	0.030	36.588	0.232
32	-0.043	-0.095	38.298	0.287
33	-0.049	-0.060	40.634	0.189
34	0.081	-0.081	43.636	0.281
35	0.084	-0.084	43.893	0.295
36	-0.032	-0.014	45.692	0.287

### Gráfico N°8

Histograma, estadísticos y prueba de normalidad de los residuos Cotización diaria del dólar (d=1) 1998 - 2001

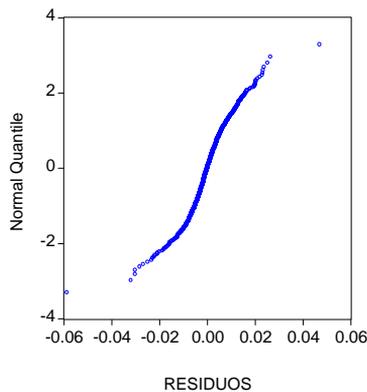


El histograma presentado en el gráfico 8, nos muestra claramente que la distribución de los errores no sigue un comportamiento normal (su distribución es leptocúrtica con una curtosis mayor que 3), además el Test de normalidad de Jarque Bera no nos da

evidencia para afirmar lo contrario, por otra parte y para fortalecer esta afirmación el gráfico de distribución mostrado en el gráfico 9 dado su comportamiento no lineal que los errores no son normales.<sup>22</sup>

### Gráfico N°9

Gráfico de cuantiles para normalidad de los residuos Cotización diaria del dólar (d=1)



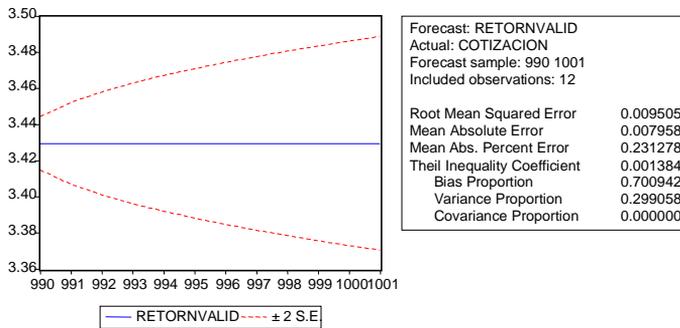
Lo que se muestra a continuación, es el pronóstico para los retornos de la cotización del dólar para los últimos días

de Diciembre, para validarlo según los estadísticos que presente.

22/ Note que el gráfico de normalidad si bien no es completamente lineal, tiene un comportamiento parecido, esto podría deberse a los datos discordantes de la serie.

### Gráfico N°10

Pronóstico con el modelo ARIMA(0,1,1)  
Cotización diaria del dólar (Ultimos días de Diciembre)



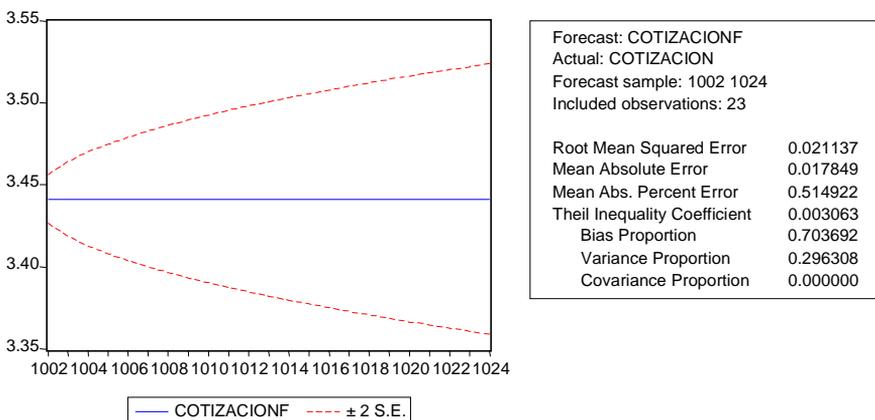
El ajuste del modelo mostrado en el gráfico 10, es bastante bueno, porque cuenta con un error mínimo. La proporción de Bias nos muestra que la media del pronóstico está bastante cerca de la media de la serie

original, al igual que la proporción de varianzas con respecto a la variación.

#### e) Predicción con el modelo ajustado

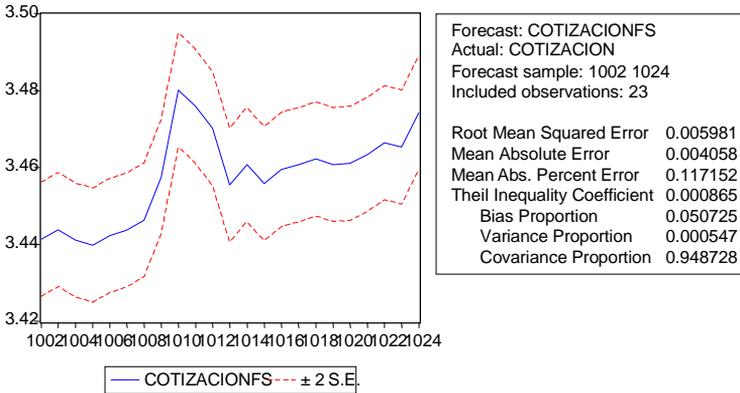
### Gráfico N°11

Predicción con el modelo ARIMA(0,1,1)  
Cotización diaria del dólar. Enero 2002  
(Método Dinámico)



**Gráfico N°11.5**

Predicción con el modelo ARIMA(0,1,1)  
 Cotización diaria del dólar. Enero 2002  
 (Método Estático)



Valores predcidos para la Cotización diaria del dólar Enero 2002			
02-01	3.44385	17-01	3.46076
03-01	3.44111	18-01	3.45578
04-01	3.43981	21-01	3.45953
07-01	3.44236	22-01	3.46066
08-01	3.44368	23-01	3.46222
09-01	3.44638	24-01	3.46079
10-01	3.45758	25-01	3.46103
11-01	3.48020	28-01	3.46332
14-01	3.47588	29-01	3.46644
15-01	3.47019	30-01	3.46544
16-01	3.45540	31-01	3.47427

Tal como se puede apreciar en las figuras 11y 11.5, la cotización del dólar se mantendrá constante los primeros días, para luego sufrir una ligera subida.

El error de predicción medida por la raíz del cuadrado medio del error es en promedio de 0.04.

## 6.2 AJUSTE DEL MODELO ARCH A LAS VARIABLES IPC Y COTIZACIÓN DEL DÓLAR

### 6.2.1 Aplicación a la variable: Inflación mensual: 1952 - 2001

#### 6.2.1.1 Identificación de los Hechos Estilizados

Tal como se vio en el marco teórico, existe un conjunto de características peculiares en el comportamiento de determinadas variables macro económicas, sobretodo las variables financieras.

Estas características denominadas hechos estilizados, son identificadas mediante algunos gráficos conocidos como el histograma, la función de autocorrelación y el gráfico de líneas, además de algunos gráficos no muy difundidos como el de simetría y de varianzas recursivas.<sup>23</sup>

Se identificarán las siguientes: No estacionariedad, Colas anchas, Asimetría, Conglomerados de Volatilidad, Autocorrelación, ausencia de normalidad, ausencia de independencia y ausencia de linealidad, mediante los gráficos y procedimientos según la tabla de correspondencia que se presenta a continuación:

**Cuadro N°3**

Cuadro de correspondencia: Hechos estilizados - Gráfico/procedimiento a utilizar

	Gráfico residuos cuadrados <sup>24</sup>	Histograma de los residuos	Función de autocorrelación residuos cuadrado.	Gráfico de simetría	Varianza Recursiva
No estacionariedad		X			
Colas anchas <sup>25</sup>		X			
Asimetría				X	
Conglomerados de volatilidad	X				
Autocorrelación			X		
No Normalidad		X			
No Independencia		X	X		
No Linealidad			X		
Heterocedasticidad					X

En el caso de la inflación, se tratarán los residuos de acuerdo al primer enfoque, es decir, se tratarán con los residuos del modelo ajustado ARMA(1,1).

No detallaremos cada una de estas características, pero si las identificaremos con una interpretación concisa (primero se

mostrarán los gráficos y luego un cuadro de interpretaciones). Veamos:

22/Estos procedimientos serán detallados en el anexo metodológico, con el ánimo de que el lector pueda reproducir los resultados e implementarlos en posteriores análisis. El procedimiento de varianzas recursivas y otros Tests serán presentados para el estudio de la variable cotización diaria del dólar, por razones que luego daremos.

24/También se podría analizar el gráfico original.

25/ Se puede medir mediante un índice denominado: "Índice de colas".

Figura N°10

Función de autocorrelación de los residuos al cuadrado.  
Inflación mensual: 1952-2001

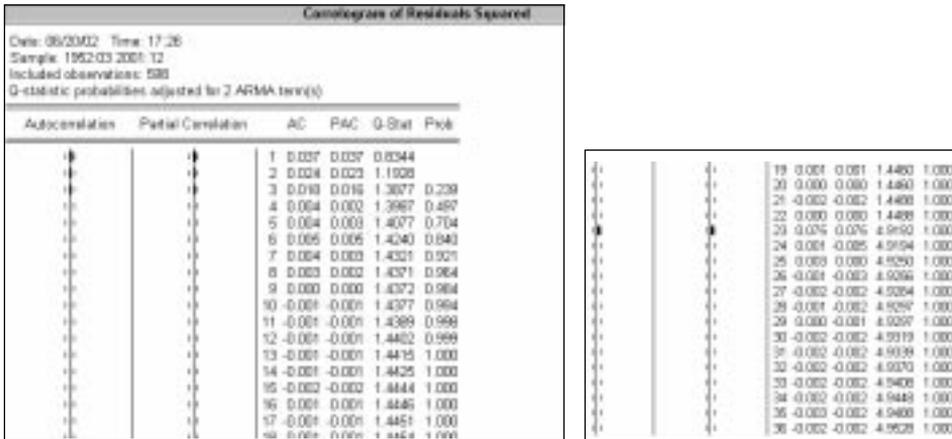


Gráfico N°12

Simetría: Inflación 1952 – 2001

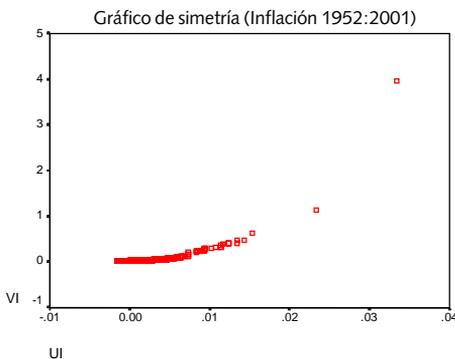
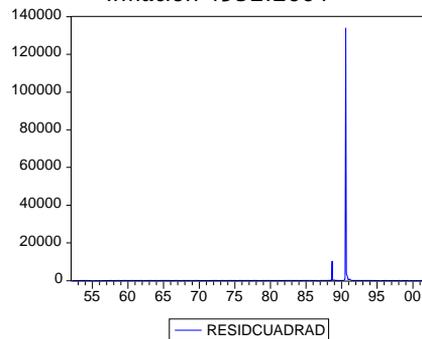


Gráfico N°13

Residuos al cuadrado  
Inflación 1952:2001



**Interpretación de los Hechos Estilizados**

En el caso de la serie Inflación mensual, de acuerdo al gráfico 2 que muestra el histograma y el Test de normalidad de Jarque Bera, podemos concluir que esta serie no es normal, teniendo en cuenta

que este comportamiento estaba fuertemente influenciado por los valores discordantes del periodo 1986 - 1991.

Una consecuencia de la no - normalidad es que si no cumple con este supuesto su distribución tenderá a tener colas anchas, como puede apreciarse en el histograma.

El gráfico de simetría (Ver gráfico 12) nos muestra claramente un comportamiento asimétrico en la distribución, que como se detalla en el anexo metodológico tiene un comportamiento no esperado, es decir, los puntos  $(u_i, v_i)$  no están sobre una línea recta que pasa por el origen.

Los conglomerados de volatilidad (Ver gráfico 13) no son visibles a primera vista, solo en los casos del periodo donde existió hiperinflación, este gráfico no es más que un reflejo del gráfico de la serie original de residuos.

Si observamos la figura 10 la cual nos muestra la función de autocorrelación de los residuos al cuadrado, nos muestra claramente que éstos no están autocorrelacionados y esto solo nos podía indicar una cosa: el modelo ajustado está dando resultados satisfactorios.

Esta afirmación corrobora que la variable en estudio podría tratarse con resultados favorables mediante la aplicación de algún modelo lineal.

Por último, al no confirmar un comportamiento normal, estamos rechazando la hipótesis de independencia en los residuos del modelo ajustado. Esto podría resultar contradictorio con la afirmación anterior donde probamos que los residuos no están correlacionados, pero es importante tener en cuenta que desde el rigor estadístico, independencia es una idea general que engloba la no - correlación.

### 6.2.1.2 Aplicación del modelo ARCH

Como se vio, esta variable presenta algunos hechos estilizados, motivo para pensar en la aplicación de un modelo no lineal, pero habría que probar su suficiencia ya que la teoría nos presenta un ARCH desde su primer enfoque, aplicado a los errores de estimación, es decir que éste será necesario (cuando el objetivo principal es la predicción), si es que los errores presentan heterocedasticidad (la varianza de los errores no es constante en el tiempo), por tanto, el primer paso es probar la no estacionariedad en varianza de los residuos obtenidos al ajustar la serie mediante un modelo ARMA(1,1).

La figura 11, nos presenta los resultados del Test LM ARCH, donde la hipótesis nula plantea la no presencia de heterocedasticidad en los residuales.

Estos resultados no nos muestran evidencia de rechazar la hipótesis nula, por tanto esto me podría dar la idea de la innecesariedad de aplicar de modelos no lineales, en caso de que como dijimos el objetivo fuera predecir, pero por un aporte que haremos más adelante<sup>26</sup> es necesario aplicar el modelo ARCH. Podría darse el caso de que los resultados mejoren aun más o que se obtenga un modelo muy por debajo de las expectativas.

26/ Además es necesario para probar nuestras hipótesis planteadas en las primeras secciones

**Figura N°11**

Test LM ARCH de Homocedasticidad  
Residuos del modelo ajustado  
ARMA(1,1)  
Inflación mensual: 1952 - 2001

ARCH Test				
F-statistic	0.559990	Probability	0.559990	
Obs*R-squared	1.143329	Probability	0.554596	
Test Equation:				
Dependent Variable: RESID^2				
Method: Least Squares				
Date: 06/06/02 Time: 17:32				
Sample (adjusted): 1952:05 2001:12				
Included observations: 585 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob
C	280.6235	226.5365	1.150468	0.2504
RESID^2(-1)	0.036397	0.041054	0.886561	0.3757
RESID^2(-2)	0.023045	0.041054	0.561343	0.5740
R-squared	0.001916	Mean dependent var	277.0846	
Adjusted R-squared	-0.001448	S.D. dependent var	5513.029	
S.E. of regression	5517.016	Akaike info criterion	20.07439	
Sum squared resid	1.80E+10	Schwarz criterion	20.09619	
Log likelihood	-5879.077	F-statistic	0.569890	
Durbin-Watson stat	2.006750	Prob(F-statistic)	0.566803	

La modelización ARCH, sigue un esquema similar que en el caso de los ARIMA, es decir que irá desde una identificación del

modelo óptimo, su estimación, su validación y por último su predicción.

**a) Identificación del modelo**

Para la identificación del orden del modelo autoregresivo condicional, necesitamos contar con la función de autocorrelación pero de los residuos al cuadrado, ya que como se mencionó en el marco teórico, ha sido probado que los residuos al cuadrado de un modelo ARCH/GARCH tienen un comportamiento propio de los ARIMA, por tanto la identificación del orden se basará en los resultados que muestra el correlograma.

La figura 10 nos permite observar que cuando el nivel de confianza disminuye, los errores podrían seguir un comportamiento mixto de primer orden, es decir debemos elegir el mejor entre un grupo de modelos: ARMA(1,1) con ecuaciones de varianza ARCH(1) y GARCH(1,1).

**Cuadro N°4**

Resultados obtenidos al aplicar el modelo ARCH a los residuos.  
Inflación mensual 1952:2001

Modelo	Parámetros	Coefficientes	Significación	Estadísticos	
ARMA(1,1) ARCH(1)	AR(1)	0.953052	0.0000	R2 Ajust.	-0.517926
	MA (1)	0.124264	0.0000	SC. Reg	22.43608
	Ecuación de varianza			SCE	299006.5
	C	2.369672	0.0000	AIC	4.695477
	ARCH (1)	3.114776	0.0000	Schwarz	4.724866
MA(1) GARCH(1,1)	AR (1)	0.871937	0.0000	D-W	3.054299
	MA(1)	0.500161	0.0000	R2 Ajust.	-1.418489
	Ecuación de varianza			SC. Reg.	28.32004
	C	21.52482	0.0000	SCE	475600.6
	ARCH (1)	1.712056	0.0000	AIC	5.767966
	GARCH (1)	-0.19406	0.0000	Schwarz	5.804702
				D-W	

De los resultados obtenidos (Ver cuadro 4), y según los criterios de Schwarz y el AIC, además de la marcada diferencia en cuanto

a la suma de los cuadrados de los residuos, el modelo elegido para modelar la varianza de los residuos es: ARCH(1).

**b) Estimación del modelo**

El modelo estimado es el siguiente:

$$INF_t = 0.953052INF_{t-1} - 0.124264\varepsilon_{t-1} + \mu_t$$

(Proceso Mixto de primer orden: ARMA(1,1))

$$\sigma_{\varepsilon_t}^2 = 2.369672 + 3.114776\mu_{t-1}^2$$

(Ecuación de Vza. error Proceso ARCH(1))

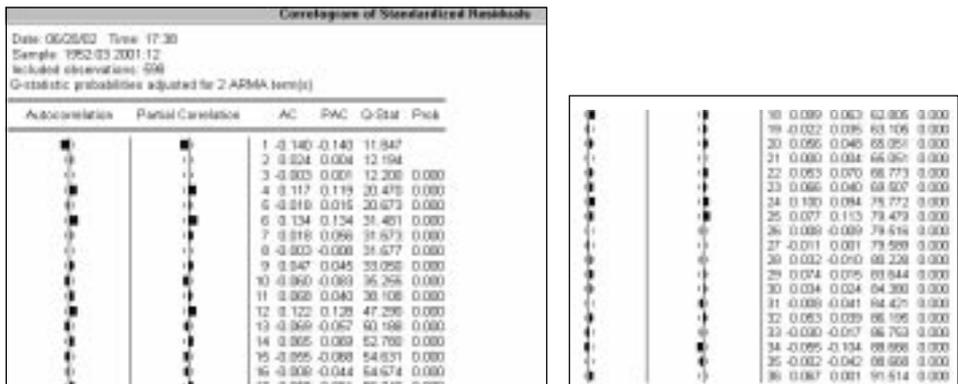
**c) Validación del modelo**

Un modelo válido será aquel que en primera, cumpla los supuestos y que sea el que mejor se ajuste entre todos los modelos posibles.

El comportamiento de sus residuos, los Test para probar los supuestos, son los aspectos que se tendrán que analizar, además del pronóstico de los últimos años que al comparar con la serie original nos proporcionará una magnitud del error, el cual deberá ser analizado.

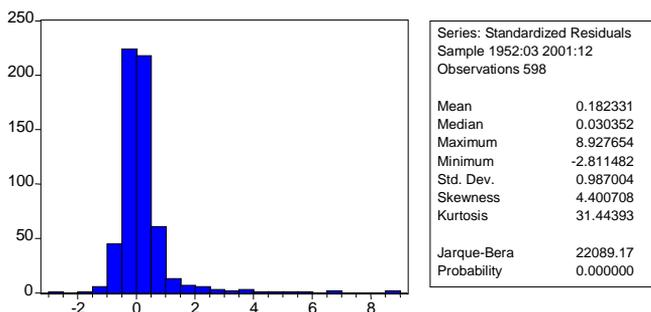
**Figura N°12**

Función de autocorrelación de los residuos  
Modelo ajustado: ARMA(1,1)ARCH(1)



**Gráfico N°14**

Histograma, Estadísticos y prueba de Normalidad: Residuos  
Modelo ajustado: ARMA(1,1) ARCH(1)



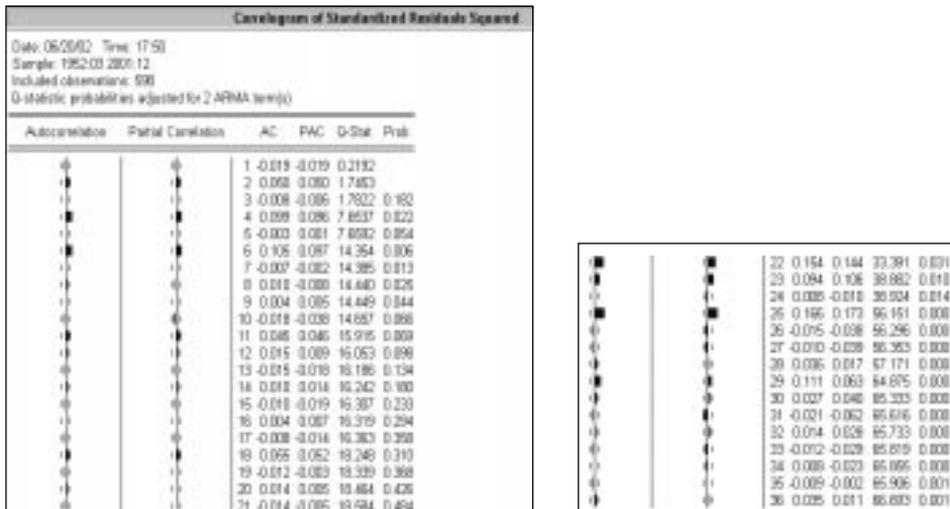
Los resultados que se muestran, nos indican que los residuos siguen un comportamiento aleatorio, en sus primeros valores<sup>27</sup> (Ver figura 12), pero el supuesto de normalidad (El Test de Jarque Bera es rechazado). Ver gráfico 14 aun no puede ser probado y es que los valores discordantes aun están influenciando en las estimaciones.

**¿Y qué pasó con el supuesto de homocedasticidad de los residuos?**

La figura 13 muestra que el modelo ARCH aplicado con el objetivo de modelar la varianza de los residuos, ha tenido éxito, ya que se ha eliminado casi en su totalidad el efecto de correlación entre los residuos. (Como en todos los casos, el valor de la autocorrelación 25, que representa a los periodos de hiperinflación presenta un valor de significación más alto que los demás, pero que no es significativo).

**Figura N°13**

Función de autocorrelación de los residuos al cuadrado.  
Modelo ajustado: ARMA(1,1) ARCH(1)

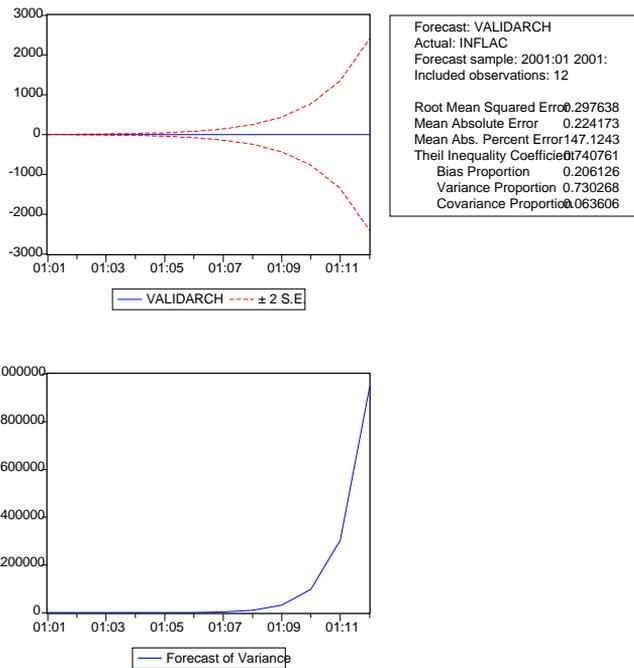


27/Cuando se realiza un análisis de la correlación de los residuos, se espera un comportamiento ruido blanco en toda su estructura, pero se considera condición necesaria y suficiente la no-correlación de los primeros valores de la autocorrelación de los residuos (en caso de no presentar estacionalidad)

Además veamos qué error se está cometiendo al pronosticar la serie original para el último año: 2001.

### Gráfico N°15

Pronóstico con el modelo estimado ARMA(1,1) ARCH(1)  
Enero 2001: Diciembre 2001  
Inflación mensual



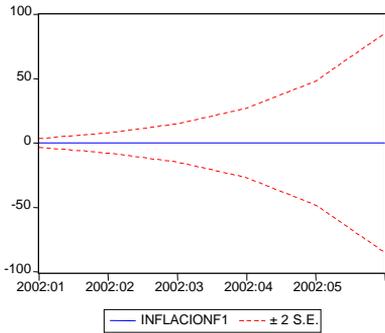
Al aplicar un modelo no lineal, tal como lo sugirieron las demás pruebas de validación y ahora nos muestra el gráfico 15, el error al que se incurre es mínimo, lo que validaría los resultados que se obtengan cuando se dé el siguiente paso que es la predicción. En cuanto al valor medio de la inflación, nos indica que seguirá un curso constante, en tanto que la varianza tiende a un crecimiento.

#### d) Predicción con el modelo ajustado.

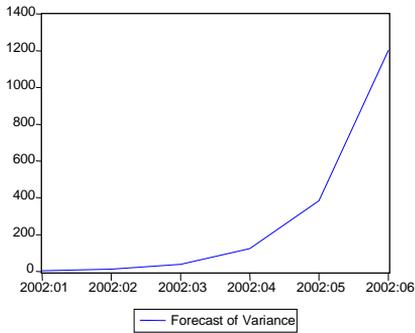
Como en el caso de los pronósticos realizados para validar el modelo ajustado, haremos uso de la serie original de la variación porcentual del IPC, pero ahora lo haremos con un año adelante. El gráfico 16 y el cuadro adjunto nos muestran casi el mismo comportamiento de los años anteriores, lo que resulta obvio por el comportamiento que ha tenido esta variable en estos últimos años, por tanto, las predicciones que se hagan se encontrarán alrededor de un valor promedio.

**Gráfico N°16**

Predicción con el modelo ajustado: ARMA(1,1) ARCH(1)  
 Inflación mensual: Enero - Junio 2002



Forecast: INFLACIONF1	
Actual: INFLACION	
Forecast sample: 2002:01 2002:	
Included observations: 6	
Root Mean Squared Error	0.448341
Mean Absolute Error	0.365914
Mean Abs. Percent Error	89.05733
Theil Inequality Coefficient	0.953671
Bias Proportion	0.086628
Variance Proportion	0.906153
Covariance Proportion	0.007219



Valores predichos para la Inflación 2002:01 - 2002:06	
Enero	-0.03217
Febrero	-0.55621
Marzo	0.02602
Abril	0.57852
Mayo	0.71455
Junio	0.06203

La predicción mediante el método dinámico proporcionó una estructura similar a la que se obtuvo cuando se ajustó el modelo ARIMA. La raíz del cuadrado

medio del error es de 0.44. (La predicción por el método estático no ha sido considerada por presentar resultados parecidos al que se está considerando)

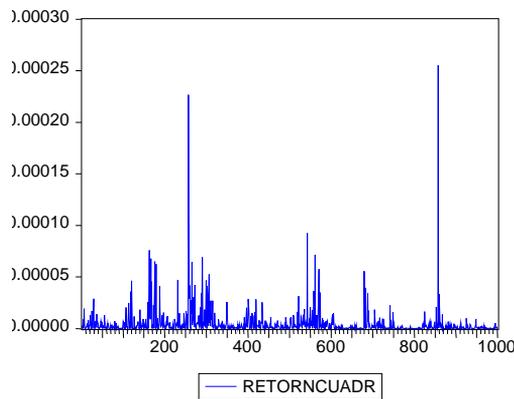
## 6.2.2 Aplicación del Modelo ARCH a la variable Cotización diaria del dólar 1998 - 2001

### 6.2.2.1 Identificación de los Hechos Estilizados

Al igual que en el caso del IPC, para la variable Cotización diaria del dólar se

analizarán la presencia de los hechos estilizados, que según la teoría son más frecuentes o aun más, son características propias de las variables financieras, la presencia de éstas es condición necesaria para plantear el problema de necesidad de aplicación de modelos no lineales que logren capturar estos fenómenos.

**Gráfico N°17**  
Serie de Retornos al cuadrado  
Cotización diaria del dólar: 1998 - 2001



**Figura N°14**

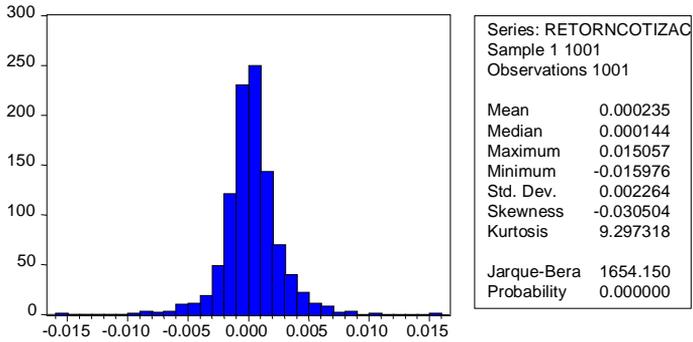
Función de autocorrelación: Retornos cuadrados  
Cotización diaria del dólar: 1998 - 2001

Autocorrelación	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
█	█	1 0.224	0.224	50.545	0.000
█	█	2 0.111	0.264	82.970	0.000
█	█	3 0.195	0.168	108.39	0.000
█	█	4 0.067	-0.214	135.46	0.000
█	█	5 0.137	0.279	117.29	0.000
█	█	6 0.095	0.227	128.11	0.000
█	█	7 0.079	0.243	132.38	0.000
█	█	8 0.103	0.259	143.13	0.000
█	█	9 0.138	0.299	152.27	0.000
█	█	10 0.068	0.237	168.80	0.000
█	█	11 0.054	-0.203	171.71	0.000
█	█	12 0.118	0.265	165.35	0.000
█	█	13 0.067	0.206	169.39	0.000
█	█	14 0.043	-0.205	171.31	0.000
█	█	15 0.066	0.228	178.41	0.000
█	█	16 0.041	-0.206	203.16	0.000
█	█	17 0.017	-0.227	203.44	0.000
█	█	18 0.026	-0.229	203.57	0.000
█	█	19 0.076	0.268	203.67	0.000

█	█	20 0.032	0.000	202.74	0.000
█	█	21 0.030	0.001	203.62	0.000
█	█	22 0.036	0.012	205.16	0.000
█	█	23 0.011	-0.014	205.29	0.000
█	█	24 0.029	0.007	206.14	0.000
█	█	25 0.025	0.062	206.77	0.000
█	█	26 0.047	0.044	209.03	0.000
█	█	27 0.045	0.015	211.17	0.000
█	█	28 0.052	0.031	213.96	0.000
█	█	29 0.017	-0.020	214.25	0.000
█	█	30 0.026	0.011	214.57	0.000
█	█	31 0.061	0.036	218.60	0.000
█	█	32 0.023	0.009	219.95	0.000
█	█	33 0.107	0.090	231.91	0.000
█	█	34 0.046	-0.020	234.09	0.000
█	█	35 -0.008	-0.041	234.13	0.000
█	█	36 0.019	-0.033	234.24	0.000

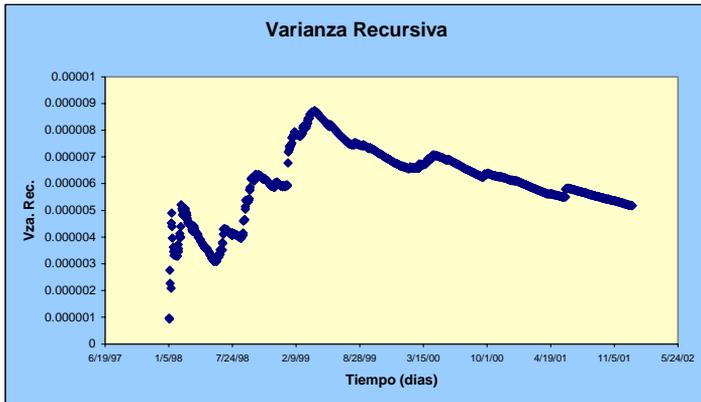
### Gráfico N°18

Histograma, Estadísticos y Prueba de Normalidad  
Serie de Retornos: Cotización diaria del dólar.



### Gráfico N°19

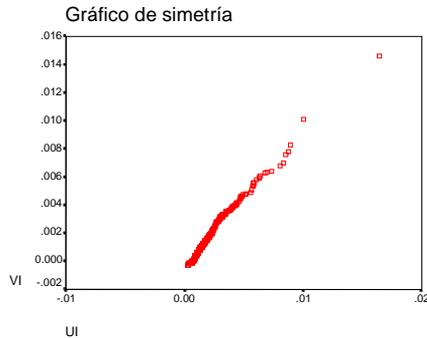
Prueba de estacionariedad: Varianzas Recursivas  
Serie de Retornos: Cotización diaria del dólar



## Gráfico N°20

## Simetría

Serie de Retornos: Cotización diaria del dólar

**Interpretación de los Hechos Estilizados**

El gráfico 17 nos presenta la serie de retornos al cuadrado, en el cual se puede apreciar que los retornos grandes tienen una mayor probabilidad de estar acompañados de retornos de la misma magnitud, mientras que los retornos pequeños están seguidos de retornos también pequeños, a esto se denomina conglomerados de volatilidad.

La figura 14 nos muestra la función de autocorrelación de los residuos al cuadrado, que presenta un comportamiento diferente al ruido blanco, por tanto podríamos asegurar que no se está cumpliendo con la condición de no - correlación.

De acuerdo al gráfico 18 que nos muestra el histograma y el Test de Jarque y Bera para normalidad, se puede concluir que los retornos de la Cotización diaria del dólar no siguen una distribución normal, por tanto es posible distinguir la presencia de las colas anchas en una distribución leptocúrtica, además no cumpliendo el

supuesto de normalidad, no se podrá cumplir con el supuesto de independencia.

El gráfico de simetría mostrado en el gráfico 20, nos muestra un comportamiento ligeramente asimétrico, debido a que presentan un comportamiento un tanto lineal pero no pasan sobre el origen.

El gráfico 19 nos muestra el análisis de la estacionariedad mediante un proceso aun no muy difundido denominado varianzas recursivas, donde se espera que las varianzas condicionales converjan a una constante. Por tanto tal como se puede apreciar en la figura, la varianza está convergiendo a 0.00006 y por tanto se puede decir que estos datos están listos para ser tratados.<sup>28</sup>

28/Es importante señalar que los retornos en un primer momento no fueron estacionarios en media de acuerdo al análisis previo con ARIMA, por lo que se hizo un tratamiento de diferenciación antes de realizar cualquier otro estudio.

**6.2.2.2 Aplicación del modelo ARCH**

Una vez identificado los hechos estilizados en la cotización diaria del dólar, podemos decir que contamos con las condiciones necesarias para continuar con el proceso de modelización de la variable.

El esquema es el mismo que se ha estado presentando para todos los casos: Identificación - Predicción.

**a) Identificación del modelo**

**Cuadro N°5**

Resultados obtenidos al aplicar el modelo ARCH  
Serie de Retornos: Cotización diaria del dólar: 1998 - 2001

Modelo	Parámetros	Coefficientes	Significación	Estadísticos		
ARCH (1)	C	3.41 E - 06	0.0000	R 2 Ajust.	-0.010738	
				SC Reg.	0.002278	
				SCE	0.005182	
	ARCH(1)	0.171555	0.0000	AIC	-9.415187	
				Schwarz	-9.408379	
				D - w	1.68410	
GARCH (1,1)	C	2.63 E - 06	0.8792	R 2 Ajust.	-0.010738	
				SC Reg.	0.002279	
				SCE	0.005182	
	ARCH (1)	0.150012	0.0573	AIC	-9.244815	
				Schwarz	-9.230103	
				D - w	1.684072	
GARCH (1)	0.600012	0.0020	0.0020	Schwarz	-9.230103	
				D - w	1.684072	
ARCH (2)	C	3.50 E - 06	0.0000	R 2 Ajust.	-0.010738	
				SC Reg.	0.002279	
				SCE	0.005182	
	ARCH (1)	0.150000	0.0000	0.0000	AIC	-9.445696
					Schwarz	-9.430984
					D - w	1.684072
ARCH (2)	0.050000	0.0010	0.0010	D - w	1.684072	
GARCH (1,2)	C	7.58 E - 07	0.6991	R 2 Ajust.	-0.010738	
				SC Reg.	0.002280	
				SCE	0.005182	
	ARCH (1)	0.133351	0.0992	0.0992	AIC	-9.513842
					Schwarz	-9.494227
					D - w	1.684072
ARCH (2)	0.044462	0.6538	0.6538	D - w	1.684072	
GARCH (1)	0.533351	0.0090	0.0090			

**b) Estimación del modelo**

De acuerdo a los resultados obtenidos, el modelo óptimo que se consideraría mejor simula el comportamiento del proceso es un ARCH de segundo orden ARCH(2) (Los modelos de orden superior no se eligieron porque aunque tuvieron resultados significativos, los estadísticos que se obtuvieron fueron similares y además es importante tener en cuenta la parsimonia) Entonces, el modelo será:

$$h_t = 2.63E - 06 + 0.1500R_{t-1}^2 + 0.0500R_{t-2}^2$$

Podemos destacar además con estos resultados, la condición para estacionariedad que dice que se cumplirá con este supuesto, si se cumple que los coeficientes del modelo estimado suman una cantidad menor que uno. Por tanto, podemos decir que se está cumpliendo con el supuesto.

$$R_{Cotiz,t} = h^{1/2}_t * \epsilon_t, \text{ donde}$$

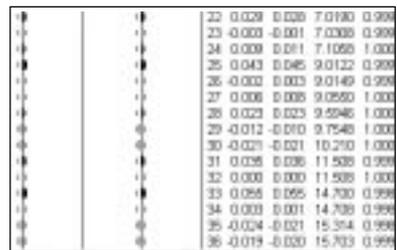
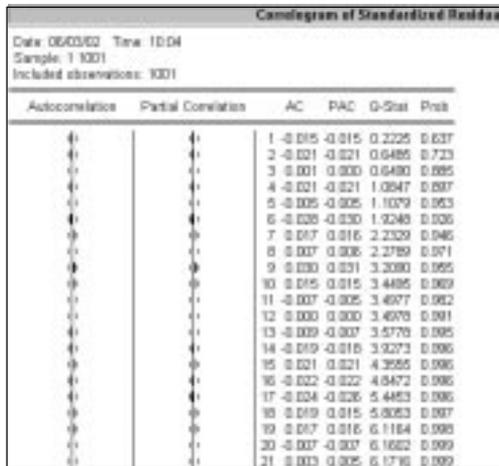
**c) Validación del modelo**

Como en todos los casos anteriores, la adecuación o validez del modelo ajustado se basará en los resultados que se obtengan

de la función de correlación de los residuos y de los residuos al cuadrado con el Test ARCH para heterocedasticidad, así como la normalidad de los residuos y del pronóstico, comparando con la serie original.

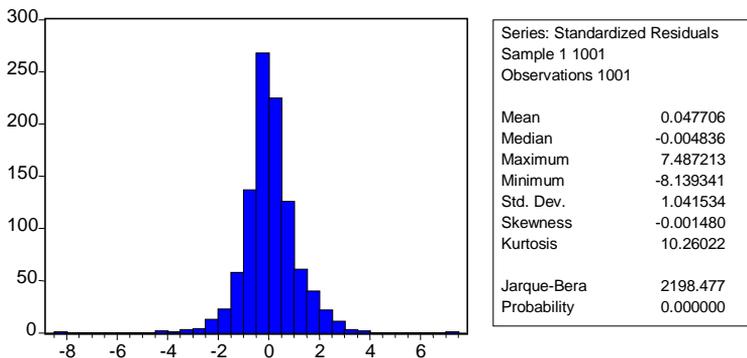
**Figura N°15**

Función de autocorrelación de los residuos  
Modelo ajustado: ARCH(2). Cotización diaria del dólar 1998 - 2001



**Gráfico N°21**

Histograma, Estadísticos y prueba de Normalidad  
Residuos del modelo ARCH(2)



Es claramente verificable que los residuos del modelo pueden considerarse aleatorios, según el estadístico Q (Ver figura 15), pero aún no se ha podido sustraer el efecto de los puntos discordantes, porque aun los residuos no pueden cumplir con los supuestos de normalidad (Ver gráfico 20), donde su distribución sigue siendo leptocúrtica y el

Test de Jarque Bera nos muestra que no existe evidencia para no rechazar la hipótesis de normalidad.

La pregunta es: y ¿qué habrá pasado con el supuesto de homocedasticidad en los residuos?

La figura 16 nos mostrará la respuesta.

**Figura N°16**

Test ARCH para Homocedasticidad.  
Modelo ARCH(2).

Serie de retornos: Cotización Diario del Dólar

ARCH Test:				
F-statistic	0.536060	Probability	0.585217	
Obs*R-squared	1.074193	Probability	0.584443	
Test Equation:				
Dependent Variable: STD_RESID^2				
Method: Least Squares				
Date: 06/03/02 Time: 10:54				
Sample(adjusted): 3 1001				
Included observations: 999 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.038470	0.115111	9.021447	0.0000
STD_RESID^2(-1)	0.026005	0.031881	0.820840	0.4119
STD_RESID^2(-2)	0.019299	0.031881	0.609179	0.5425
R-squared	0.001075	Mean dependent var	1.087763	
Adjusted R-squared	-0.000931	S.D. dependent var	3.303950	
S.E. of regression	3.305487	Akaike info criterion	5.232043	
Sum squared resid	10882.54	Schwarz criterion	5.246778	
Log likelihood	-2610.406	F-statistic	0.536060	
Durbin-Watson stat	2.004790	Prob(F-statistic)	0.585217	

Este Test nos confirma que al ajustar la serie de Cotización diaria del dólar se ha eliminado el efecto de heterocedastidad en los residuos (El Test de no - presencia de heterocedastidad no ha sido rechazado).

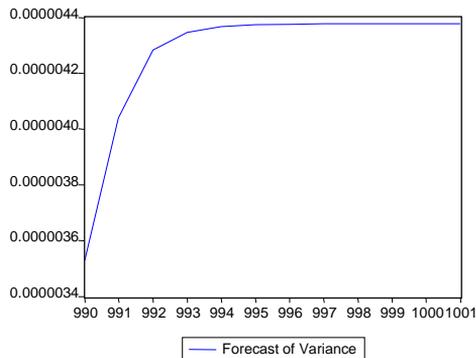
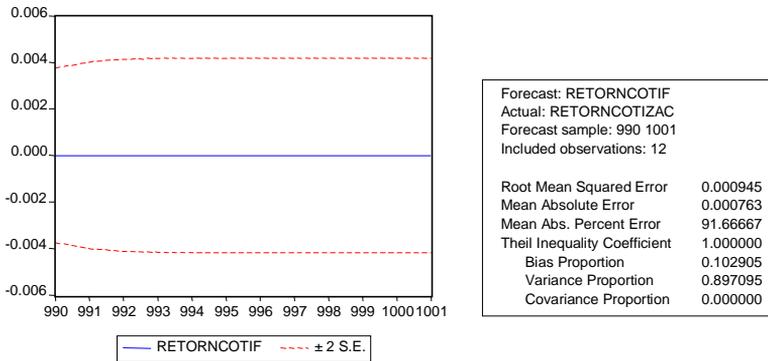
validación mediante la capacidad de ajuste del modelo, medido a través del error. Se utilizarán los últimos datos de la serie.

Y ahora observamos los resultados de esta última prueba pero de rigor, que es el de

29/El lector puede comprobar que al aplicar el modelo de media móvil MA(1) se rechazó la hipótesis de ausencia de heterocedasticidad en los residuos (Se obtuvo una significación de 0.00002).

## Gráfico N°22

Pronóstico de los retornos.  
Cotización diaria del dólar. Ultimos días de Diciembre  
Modelo ajustado: ARCH (2)



El gráfico 22 nos muestra la magnitud del error al que se incurre cuando se ajustó el modelo ARCH(2), el cual es bastante satisfactorio, que nos dará luz verde para dar el siguiente paso que es la predicción.

### d) Predicción con el modelo ajustado.

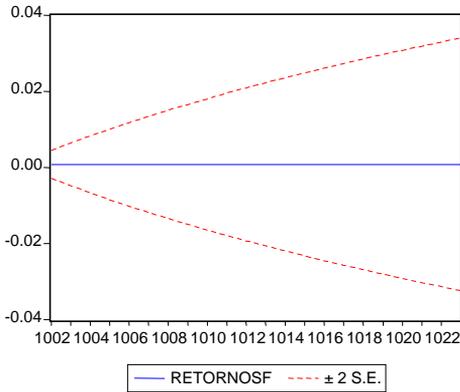
Tal como se pudo observar en el gráfico 22, en el que el objetivo fue la validación del modelo, la media de la serie de retornos de cotización del dólar, están

sobre la línea cero, y la varianza converge a un valor también cero. Pero la interpretación estaría de acuerdo al significado de los retornos, es decir la cómo ha sido la evolución de la cotización del dólar en el periodo de estudio y cómo será en un futuro corto plazo.

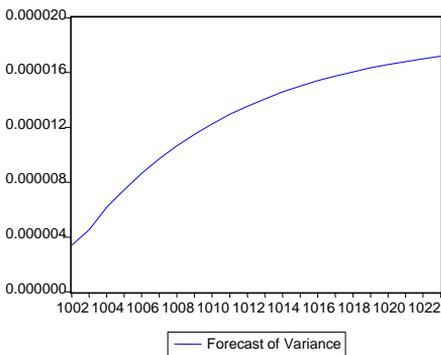
Si es que se requeriría un pronóstico al valor real de la cotización, entonces sería necesaria la transformación inversa.

### Gráfico N°23

Predicción de la serie de retornos  
Cotización diaria del dólar  
Primeros días de Enero 2002



Forecast: RETORNOSF	
Actual: RETORNOS	
Forecast sample: 1002 1023	
Included observations: 22	
Root Mean Squared Error	0.001804
Mean Absolute Error	0.001150
Mean Abs. Percent Error	137.4339
Theil Inequality Coefficient	0.704370
Bias Proportion	0.025181
Variance Proportion	0.974819
Covariance Proportion	0.000000



Valores predecidos para los retornos Cotización diaria del dólar Enero 2002			
<b>02-01</b>	0.00073	<b>17-01</b>	0.000723
<b>03-01</b>	-0.00581	<b>18-01</b>	-0.001010
<b>04-01</b>	-0.00436	<b>21-01</b>	0.000723
<b>07-01</b>	0.00058	<b>22-01</b>	0.000434
<b>08-01</b>	0.00044	<b>23-01</b>	0.000433
<b>09-01</b>	0.00073	<b>24-01</b>	-0.002890
<b>10-01</b>	0.00290	<b>25-01</b>	0.000000
<b>11-01</b>	0.00605	<b>28-01</b>	0.000578
<b>14-01</b>	-0.00014	<b>29-01</b>	0.000866
<b>15-01</b>	-0.00158	<b>30-01</b>	-0.000144
<b>16-01</b>	-0.003897	<b>31-01</b>	0.002162

El modelo ajustado a esta serie nos proporciona resultados con un error bastante pequeño y una estructura de comportamiento volátil. La raíz del cuadrado medio del error es aproximadamente de 0.001.

Según los resultados que se han ido obteniendo, surge una inquietud, y es que si el modelo autoregresivo pudo recoger buenos resultados en la parte determinística pero los residuos presentaban aún los efectos de la heterocedasticidad y por otro lado al

ajustar un modelo autoregresivo condicional se obtuvo un modelo aún bueno pero que eliminaba el efecto de la heterocedasticidad, ¿no se esperaría un modelo que supere los resultados obtenidos con ambos, al aplicar un modelo bajo el primer enfoque, como se aplicó en el caso del IPC?. Hagamos la prueba.

Al realizar el ya conocido proceso para alcanzar el modelo óptimo, se obtuvo que el modelo que mejor resultados proporcionaba era: MA(1) GARCH (1,1), con los siguientes parámetros y estadísticos:

**Cuadro N°6**

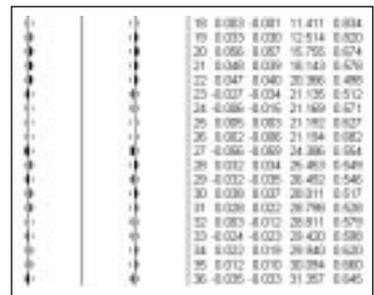
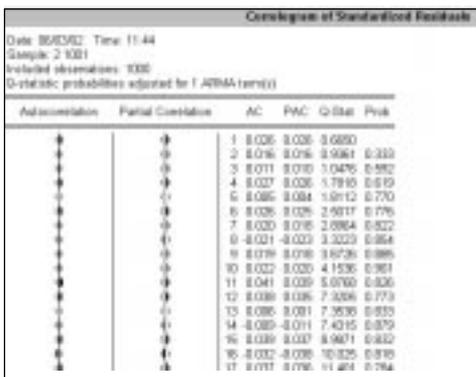
Resultados obtenidos con el modelo MA(1) GARCH (1,1)

MA(1) GARCH(1,1)	MA (1)	0.149026	0.0000	R2 Ajust.	0.014048
	Ecuación de varianza			SC. Reg.	0.014048
	C	2.53 E-06	0.0000	SCE	0.055023
	ARCH (1)	0.252666	0.0000	AIC	-7.254080
	GARCH (1)	0.736382	0.0000	Schwarz	-7.234449
				D-W	1.969928

Los residuos tuvieron las siguientes características:

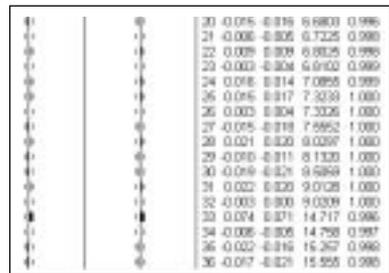
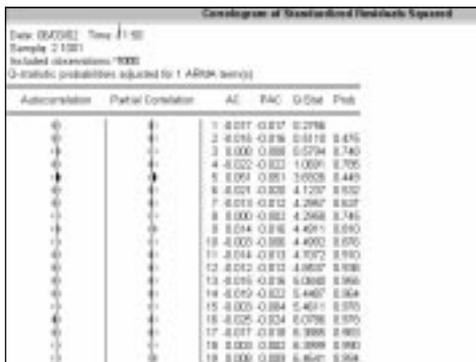
**Figura N°17**

Función de Autocorrelación de los residuos  
Modelo ajustado: MA (1) GARCH (1,1)  
Serie de retornos. Cotización diaria del dólar



**Figura N°18**

Función de autocorrelación de los residuos cuadrados  
Modelo ajustado MA (1) GARCH (1,1)  
Serie de retornos. Cotización diaria del dólar

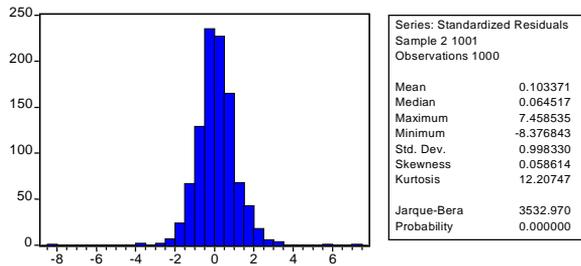


Tanto la función de autocorrelación de los retornos y los retornos al cuadrado, nos están mostrando que el modelo está ajustando bien y que el problema de heterocedasticidad que antes existía (Y que

ARIMA no recogía) está casi eliminado en su totalidad. (Ver figura 16, donde se presenta el Test ARCH de heterocedasticidad el cual no puede ser rechazado).

**Gráfico N°24**

Histograma estadísticos y prueba de normalidad de los residuos  
 Modelo ajustado: MA (1) GARCH (1,1)  
 Cotización diaria del dólar



El Test de normalidad nos muestra que aún no se ha podido obtener residuos que sigan una distribución normal (El Test de Jarque Bera aun sigue siendo rechazado), pero esta

deficiencia es controlada con las características de los residuos presentadas en las figuras anteriores.

**Figura N°19**

Test ARCH de Homocedasticidad  
 Modelo ajustado: MA (1) GARCH (1,1)  
 Serie de retornos: Cotización diaria del dólar

ARCH Test:				
F-statistic	0.258483	Probability	0.772274	
Obs*R-squared	0.518256	Probability	0.771734	
Test Equation				
Dependent Variable: STD_RESID^2				
Method: Least Squares				
Date: 06/03/02 Time: 12:08				
Sample (adjusted): 4 1001				
Included observations: 998 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.040906	0.115428	9.014300	0.0000
STD_RESID(-1)	-0.016680	0.031699	-0.522622	0.5985
STD_RESID(-2)	-0.015591	0.031686	-0.491875	0.6229
R-squared	0.000619	Mean dependent var	1.007782	
Adjusted R-squared	-0.001490	S.D. dependent var	3.346091	
S.E. of regression	3.352584	Akaike info criterion	5.259148	
Sum squared resid	11170.39	Schwarz criterion	5.273896	
Log likelihood	-2621.315	F-statistic	0.258483	
Durbin-Watson stat	1.999713	Prob(F-statistic)	0.772274	

**Pronóstico para validación**

El pronóstico con el objetivo de validación del modelo, nos "arrojó" un valor de 0.0095 para el error (que es de utilidad cuando el requerimiento es la comparación de este valor

con los obtenidos en la aplicación de otros modelos, ya que su valor depende de los datos originales y en este caso se está obteniendo un valor pequeño porque los retornos tienen valores pequeños)

## VII. DISCUSIÓN

---

### 7.1 COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS AL APLICAR AMBOS MODELOS

En la sección anterior, se aplicó ambos modelos a cada una de las variables que se está estudiando, siguiendo un esquema planteado al hacer la operacionalización de las hipótesis planteadas, obteniendo resultados que nos permiten entrar en discusión, basados en la teoría de la modelización de series económicas y en la teoría de optimización.

En primera instancia, con respecto a la variable: Variación porcentual mensual o inflación mensual, su evolución en los años 1952 a 2001, presenta una clara diferenciación entre periodos, es decir hubo un comportamiento entre los últimos años de los 80 y los primeros de los 90, muy diferente a los que les antecedieron y les sucedieron, es decir, si se "obviara" el periodo de hiperinflación del estudio se podría considerar que casi en todo el periodo no se sufrió cambios significativos, pero como todo fenómeno de este tipo, éste tuvo que ser estudiado. En este caso se trató a la serie en forma conjunta, teniendo en cuenta que cuando se presenta estos casos hay que tener mucho cuidado con los resultados que se obtengan ya que todos estos están influenciados por los datos extremos que representan al fenómeno atípico, como es la sobreparametrización o el que no se cumplan los supuestos necesarios para validar un modelo, esto pudo comprobarse

cuando se analizó la estacionariedad que por el lado de la función de autocorrelación nos indicaba que habría que transformar la serie de inflación pero la prueba de raíces unitarias no nos confirmó esta sospecha.

Cuando se aplicó los modelos ARIMA, éstos resultaron buenos en el sentido que los errores fueron bastante pequeños, cumpliendo con supuestos, a excepción de la normalidad pues su distribución presentaba un coeficiente de curtosis alto, debido lógicamente a los valores altos de los que se habló anteriormente, pero en general se puede considerar que este modelo se ajusta bien ya que los residuos son aleatorios y casi consideran toda la información posible.

En cuanto a la presencia de los denominados hechos estilizados, éstos se presentaron en muy pocos de sus casos lo que nos hizo pensar que los resultados no serían buenos, en primera porque ya se había probado que los residuos no presentaban correlación y por tanto la metodología ARCH no sería necesaria. Sin embargo por cuestiones que se explicaron en su momento, basados en la necesidad de cumplir o verificar las hipótesis planteadas y un aporte que se hace en la siguiente sección se quiso modelar la inflación mediante la utilización de estos modelos no lineales desde un primer enfoque. Los resultados obtenidos confirmaron nuestra sospecha: si bien los resultados no fueron totalmente

inadecuados, éstos no superaron los anteriores y aun más los errores ya no lograban cumplir con el supuesto de independencia entre ellos. (Además si se comparan los errores, los obtenidos con los ARIMA son ligeramente menores que los que se obtuvieron con los ARCH). Pero su utilidad como medida de incertidumbre hace de los modelos ARCH/GARCH un instrumento de mucha utilidad ya que aunque se haya probado su bajo poder predictivo en las variables macro económicas peruanas, posee una ventaja que los ARIMA no presenta y es que este último no considera la modelización de la varianza.

Este resultado se debe lógicamente a que aunque hubo un periodo de hiperinflación, éste no influyó en la variación de la inflación, es decir, las características que presentaba esta variable nos sugirieron que un modelo podría ser utilizado sin mayores complicaciones y se lograrían buenos resultados, y porque la misma economía peruana se encontró siempre en un estado de recesión sin cambios a corto plazo, contrariamente a otras economías donde los cambios se presentan con más frecuencia.

En cuanto a la variable cotización diaria del dólar, ésta debido principalmente a su periodo presentó variaciones en estos tres últimos años, en la que se observó caídas y subidas en periodos específicos.

Cuando se modelizó la cotización con el modelo ARIMA, se obtuvieron resultados que podrían ser considerados buenos por la magnitud de los errores a los que se incurrieron, pero cuando se hizo la validación del modelo mediante la verificación de los supuestos encontramos que los residuos estaban correlacionados

y esto nos indicaba que aun existía información que no se había logrado captar por este modelo, que dicho sea de paso había sido elegido de entre un grupo de posibles modelos basándonos en criterios relacionados a la bondad de ajuste.

Pero este defecto se debía a que por la misma desventaja que mencionamos anteriormente en caso de la inflación, el ARIMA no lograba captar las variaciones, que en un principio se trató de cubrir mediante la transformación en logaritmos, sin resultados positivos, además el comportamiento de los residuos al cuadrado era especial, no se cumplía con el supuesto de estacionariedad y presentaban otras características como las colas anchas, la asimetría y los conglomerados de volatilidad ya que se podía observar que al momento de decretarse las alzas en el tipo de cambio, éstas tenían un efecto escalado en los siguientes días, al igual que en los periodos donde el tipo de cambio caía.

Este comportamiento, como se comentó en el desarrollo del marco teórico, fue el que llevó a Engle proponer el modelo ARCH para captar este tipo de características.

Al aplicar los ARCH, se obtuvieron mejores resultados, en el sentido de que por un lado se obtuvo un error menor al que se obtuvo con los ARIMA, los ARCH lograron captar el comportamiento de la varianza que el modelo ARIMA no pudo, obteniéndose errores aleatorios y además incorrelacionados y con una magnitud mucho menor a los que se obtuvo al aplicar el modelo ARIMA.

Además si nos basamos en la comparación de ambos modelos con respecto a su bondad de ajuste al modelar las variables,

mediante los estadísticos de Akaike y Schwarz (los cuales pueden ser utilizados porque fueron calculados teniendo en cuenta que son útiles cuando se comparan dos modelos con los mismos parámetros), éstos nos muestran que al modelar en el caso de la Inflación, no hubo diferencia, pero en el caso de la cotización del dólar si y fue en buen grado.

Pero, también es importante señalar que si bien los resultados nos demuestran que existe una mejora, ésta no es lo suficientemente grande para decir en forma contundente que los modelos ARCH/GARCH son mejores que los ARIMA para modelizar las variables macro económicas peruanas, aún más cuando según nuestros resultados la utilización de estos primeros desde un primer enfoque tiene una potencia mayor, es decir con esto se podría confirmar lo expuesto por Poon y Taylor, quienes argumentaban que en un principio estos dos modelos no son excluyentes, en muchos casos (teniendo en cuenta lo que argumentaba en la formulación del problema: una vez que se ha hecho una adaptación o modificación a un modelo que se venía utilizando, ésta se considera ya alternativa; además este enfoque no nos dice que necesariamente tenemos que aplicar el modelo ARIMA para modelar la parte determinística, sino que éste ha sido utilizado para probar la hipótesis en cierto sentido).

Claro también está, que es notoria la ventaja que tienen los ARCH cuando se trata de modelizar variables que presentan alta variabilidad conjuntamente con la

presencia de los que se han denominado hechos estilizados, y esto lo pudimos verificar cuando se analizó la cotización diaria del dólar, esto nos sugeriría que esta metodología sería muy útil cuando se desea tratar con variables aun más volátiles como los precios de activos en el mercado de valores, ¡pero! Hay que tener en cuenta que estamos analizando variables en una economía donde no existen muchos cambios.

## 7.2 ESTABLECIMIENTO DE PAUTAS PARA LA ELECCIÓN DEL MODELO ÓPTIMO

Según lo expuesto en los párrafos anteriores, tomando como prueba los resultados obtenidos en el capítulo anterior, se puede decir que existen criterios determinantes para la aplicación de uno u otro modelo cuando se quiere modelizar una variable.

En sí, los criterios que determinan la aplicación de un modelo ARCH o alguno de la familia de éste, recaen en dos principales, la primera: si es que existe una marcada variabilidad y están presentes los hechos estilizados y la segunda está más basada en una desventaja de una de ellas: la presencia de una marcada heterocedasticidad en los residuos.

En el caso de los modelos ARIMA, su teoría y los beneficios que nos proporciona ya son conocidos y los criterios que determinan su utilización se basan en el cumplimiento del supuesto de estacionariedad tanto en media como en varianza.



## VIII. INCERTIDUMBRE INFLACIONARIA: UN ANÁLISIS EXPLORATORIO DEL CASO PERUANO

---

### 8.1 ASPECTOS TEÓRICOS

Friedman (1977) y Ball (1992), argumentaron que una posible causa para el costo de inflación radicaba en el hecho de que la inflación podría estar creando mayor incertidumbre sobre el comportamiento futuro de la inflación.

Por tanto, esto indicaría que según la hipótesis de Friedman, un incremento en la variabilidad o incertidumbre de la inflación, influenciará en el aumento de la misma, periodos más adelante.

De acuerdo a la experiencia de Uruguay, Paraguay y Chile<sup>30</sup>, nuestro objetivo, como un aporte al estudio de la economía peruana, será verificar empíricamente para el caso peruano, la hipótesis anteriormente señalada.

"Uno de los canales mediante el cual una mayor inflación podría afectar el nivel de actividad económica, es a través de la incertidumbre, creada por la misma, sobre los niveles futuros de la inflación. La incertidumbre inflacionaria, además de dificultar el cálculo económico y afectar negativamente el proceso de decisión de los consumidores y productores, impone importantes costos sociales a la economía. Sin la incertidumbre, los agentes económicos planearían mejor el futuro y se facilitaría la toma de decisiones óptimas por parte de ellos"

Muchas de las investigaciones han girado dentro de este entorno entre ellos Golob (1994), quien en su estudio distinguió dos

tipos de efectos de la incertidumbre inflacionaria en la economía, en primera instancia, la incertidumbre induce a los agentes económicos a tomar decisiones que podrían distinguirse de aquellas decisiones que podrían tomarse si es que no existiese un ambiente de incertidumbre, este tipo de efectos fueron denominados Ex ante, el otro efecto es el Ex post, que se da cuando la inflación determinada difiere de las expectativas previas de los agentes económicos. Entre los efectos Ex ante, Golob distingue los siguientes:

- La incertidumbre inflacionaria afecta los mercados financieros al elevar la tasa de interés, especialmente, la de largo plazo y es que al incorporar el riesgo que se deriva del error de estimación de los niveles futuros de inflación, se incrementa las tasas de interés, afectando de esta manera a variables macroeconómicas como la formación de capital (en el caso de que las tasas elevadas implicarán que se inviertan menos en maquinarias y equipos por parte de los productores y una menor inversión en viviendas y bienes durables por parte de los consumidores) y el nivel de empleo.
- El riesgo asociado a los resultados que se obtengan al realizar contratos sin estar

---

30/Ver: Inflación e incertidumbre inflacionaria: el caso de Paraguay, Carlos Fernández Valdovinos (Banco Central de Paraguay y Universidad Católica de Asunción); Explorando la incertidumbre inflacionaria: 1973 - 1995, Umberto Della Mea y Alejandro Pena (Revista de Economía - Segunda Epoca Vol. III N°2 - Banco Central de Uruguay) y Inflación e Incertidumbre inflacionaria en Chile: Igal Magendzow. Documento de Trabajo del Banco Central N°15, Octubre 1997.

indexados a la inflación, la incertidumbre que se presenta interfiere con la capacidad de tomar las mejores decisiones por parte de los consumidores y productores.

- En el aspecto económico social, la incertidumbre inflacionaria induce a una mayor asignación de recursos por parte de los agentes económicos, con destino a la estimación de la inflación futura y evitar sus implicancias en la misma economía.

Los efectos Ex post, que se derivan de la incertidumbre inflacionaria, están relacionadas con su error de predicción una vez producida la inflación, los cuales traen como consecuencia la transferencia no prevista de riqueza entre las partes de los contratos que a su vez resultan muy difíciles de evaluar en un nivel macroeconómico.

Friedman en su exposición al recibir el Premio Nobel de Economía en 1977, planteó la siguiente hipótesis:<sup>31</sup>

***"Existe una correlación positiva entre las tasas de inflación y la incertidumbre de dichas tasas en el futuro"***

Argumentó además que la causalidad va desde la inflación hacia la incertidumbre.

Uno de los argumentos que podría ser utilizado para fundamentar la necesidad de mantener la inflación a niveles reducidos, consiste en la relación positiva que existiría entre el nivel de inflación y el grado de incertidumbre respecto al mismo en el futuro. Por tanto esto nos lleva a explorar esta evidencia empírica en el caso de Perú que si bien es cierto ha tenido una inflación un tanto estable estos últimos años, ha tenido en su historia periodos de hiperinflación.

Como dijimos al inicio de este capítulo, basándonos en el aporte de los estudios realizados por investigadores en Paraguay, Uruguay y Chile, nos atrevemos a hacer un estudio exploratorio para confirmar la hipótesis de Friedman.

Con este objetivo, seguiremos la metodología propuesta en estas investigaciones, en la que propone a los modelos de Engle: ARCH / GARCH como medida de la incertidumbre inflacionaria y porque está sujeto a los objetivos de nuestra investigación en sí.

***¿Porqué utilizar el modelo GARCH como medida de la incertidumbre inflacionaria?***

Algunos estudios, entre ellos Ball, se han basado en la utilización de la variabilidad o desviación estándar para la modelización de la incertidumbre usando este término (volatilidad), indistintamente del de incertidumbre, los cuales demostraron tener algunos inconvenientes, por lo que es conveniente diferenciarlos.

La volatilidad es un término Ex post que se deriva de los valores que toma la inflación periodo a periodo y sus fluctuaciones alrededor de un término medio.

La incertidumbre por otra parte, es un concepto Ex ante<sup>32</sup>, que depende del proceso generador de expectativas.

De acuerdo a estas diferencias, es necesario tener en cuenta una metodología distinta para medir la incertidumbre inflacionaria,<sup>33</sup>

31/ Existen dos formas de evaluar el nivel de incertidumbre, la primera consiste en aproximar una medida directa, a través de encuestas, por ejemplo, Cukierman y Wachtel (1982), proponen como medida de incertidumbre el error cuadrático medio cometido por los pronosticadores en la encuesta. Lo que se hace es medir la relación entre el ECM y la Tasa de Inflación. La otra forma es aquella que veremos en este capítulo.

32/ Evans (1993) argumenta que si los individuos poseen poca información, éstos pueden ver el futuro con mucha incertidumbre aun cuando al hacer un estudio se observó poca volatilidad en la inflación ex post y viceversa.

33/ Metodología que según el criterio de Golob, se clasifica dentro de aquellos que usan la estrategia de modelos predictivos.

y es precisamente la metodología que estamos presentando en esta investigación: Los modelos ARCH / GARCH, que como se describió en el marco teórico, son útiles para estimar la varianza de las innovaciones impredecibles en la inflación, en lugar de sólo calcular una medida de volatilidad basada en realizaciones de la variable (nos referimos a aquellos donde se utiliza la desviación estándar). Por tanto la aplicación de los ARCH no solo permite el cálculo de una esperanza condicional, sino también el cálculo de su varianza condicional que precisamente puede ser asociada a la idea de incertidumbre a corto plazo (o en términos financieros, riesgo de tomar la decisión incorrecta).

serán modelados mediante los modelos ARIMA de Box y Jenkins y los modelos ARCH / GARCH, aplicados a los residuos (que ya ha sido realizado en el análisis del capítulo anterior), y para verificar la relación entre inflación e incertidumbre inflacionaria se incluirá en la ecuación de la varianza, el primer rezago de la inflación, lo que permitirá verificar si el nivel de la inflación en este periodo afecta positiva y significativamente a la varianza de la inflación en el siguiente periodo.

## 8.2 AJUSTE DEL MODELO A LA INFLACIÓN PERUANA

### Metodología

Para este análisis se utilizarán los datos de la inflación mensual 1952 - 2001, los cuales

Utilizando el E views, de acuerdo a la metodología detallada en el párrafo anterior, se obtuvo los siguientes resultados:<sup>34</sup>

Figura N° 20

Resultados obtenidos al modelar la incertidumbre inflacionaria  
Inflación Mensual: 1952 - 2001

Dependent Variable: INFLAC				
Method: ML - ARCH				
Date: 06/20/02 Time: 18:05				
Sample(adjusted): 1952:03 2001:12				
Included observations: 598 after adjusting endpoints				
Convergence achieved after 75 iterations				
Backcast: 1952:02				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	0.929603	0.007291	127.4824	0.0000
MA(1)	0.101942	0.011801	8.767063	0.0000
Variance Equation				
C	1.471825	0.052729	27.91313	0.0000
ARCH(1)	2.360888	0.057906	40.98316	0.0000
INFLAC(-1)	0.798926	0.074364	10.74049	0.0000
R-squared	-0.441702	Mean dependent var	4.414637	
Adjusted R-squared	-0.451427	S.D. dependent var	18.21090	
S.E. of regression	21.93913	Akaike info criterion	4.616369	
Sum squared resid	295426.0	Schwarz criterion	4.663105	
Lag likelihood	-1375.294	Durbin-Watson stat	3.026230	
Inverted AR Roots	.93			
Inverted MA Roots	-.10			

34/El modelo utilizado es el mismo que se obtuvo en el análisis de la sección anterior, por lo que ya no se detallará su validez.

### 8.3 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Los resultados obtenidos (Ver figura 20) nos proporcionan la siguiente relación:

$$Inf_t = 0.929603Inf_{t-1} - 0.101942\mu_{t-1}$$

¿Y la hipótesis de Friedman?

$$\sigma_{\varepsilon_t}^2 =$$

$$1.471825 + 2.360888\mu_{t-1}^2 + 0.798926Inf_{t-1}$$

Con esto hemos probado para el caso peruano, que el nivel de inflación aumenta la varianza condicional de la inflación con un nivel de significación del 5%.

Sin embargo, sería razonable no restringir a que los efectos de la inflación sobre la incertidumbre ocurran sólo con un periodo

de rezago. Además es importante señalar que esta hipótesis es bidireccional en muchas economías, es decir no solo las altas tasas de inflación en un periodo causan incertidumbre en periodos posteriores sino que el fenómeno también se da en un contexto de dependencia de ambas partes, por tanto es necesario probar que la incertidumbre causa mayores tasas de inflación. Como alternativa (o complemento) a la metodología aplicada anteriormente se podría utilizar el **Test de Granger**, el cual se basa en una idea simple: Si X causa Y, entonces cambios en X deberían preceder cambios en Y. Esta hipótesis es testada utilizando regresiones donde se incorporan, como variables explicativas de la variable Y, no sólo valores pasados de Y sino igualmente de X y se estudia el grado de significancia de los coeficientes en estas últimas variables. Veamos que resultados se obtienen:

**Figura N°21**

Test de Causalidad de Granger para la inflación y la incertidumbre inflacionaria

Pairwise Granger Causality Tests			
Date: 06/20/02 Time: 18:04			
Sample: 1952:02 2001:12			
Lags: 2			
Null Hypothesis:	Obs	F-Statistic	Probability
INCERTID does not Granger Cause INFLAC	596	6.85262	0.00114
INFLAC does not Granger Cause INCERTID		625.350	0.00000

Se plantearon las siguientes hipótesis:

- Ho: La inflación no causa incertidumbre inflacionaria.
- H<sub>1</sub>: La inflación causa incertidumbre inflacionaria.
- Ho: La incertidumbre inflacionaria no causa inflación.
- H<sub>1</sub>: La incertidumbre inflacionaria causa inflación.

Los p - valores, nos muestran evidencia clara para rechazar las hipótesis planteadas, por tanto, la hipótesis planteada por Friedman ha sido verificada para el caso peruano, concluyendo que en Perú en el periodo de 1952 al 2001, el aumento en la tasa de la inflación causa una mayor incertidumbre inflacionaria y a la vez una mayor incertidumbre inflacionaria causa una mayor inflación.

La figura 21 nos muestra el Test de Granger con 2 rezagos para verificar ambas hipótesis donde INFLAC representa la serie de la inflación e INCERTID, la incertidumbre inflacionaria.

35/Una inquietud por parte de los lectores, sería saber si esta hipótesis podría ser verificada en el periodo de hiperinflación, donde existió una fuerte incertidumbre en la población peruana. Para este efecto, se realizó el mismo procedimiento y se obtuvo resultados contundentes, que confirmaban la hipótesis de Friedman.

## IX. CONCLUSIONES

---

1. Se ha observado que los modelos ARCH son mejores que los ARIMA cuando la serie presenta alta volatilidad, tiene un comportamiento asimétrico y no cumple con los supuestos de estacionariedad y normalidad.  
Además cuando se ha empleado una serie para modelar la parte determinística, encontrándose que los residuos no logran captar toda la información, es decir no cumplen con el supuesto de tener una varianza constante en el tiempo, presentando aún fluctuaciones, es mejor aplicar el modelo ARCH.
2. El Modelo ARIMA ofrece muy buenos resultados cuando no se tienen problemas de heterocedasticidad lográndose cumplir los supuestos de estacionariedad en media y en varianza.
3. Cuando el objetivo es modelar la incertidumbre, se aplican los ARCH, debido a que éstos a diferencia de los ARIMA, nos permiten modelar la variabilidad que desde un sentido puede entenderse como incertidumbre o riesgo si se está hablando en términos financieros.
4. En el caso de las variables macro económicas peruanas, tanto los ARIMA como los ARCH, proporcionan buenos resultados, el primero un tanto mejor que el segundo cuando se trataba de modelar el Índice de Precios al Consumidor porque esta serie no presentaba patrones de alta volatilidad, sin embargo cuando se trataba de la cotización diaria del dólar, los ARCH proporcionaban resultados mucho mejores que los obtenidos al aplicar el ARIMA porque justamente esta variable presentaba las características propicias para plantear la necesidad de aplicación de los modelos propuestos por Engle.
5. En cuanto a la predicción se refiere, los modelos ARIMA, tienen cierta desventaja con respecto a los ARCH, y es que estos últimos proporcionan mejores resultados si se desea un pronóstico a mediano y largo plazo.
6. Una conclusión importante a la que se ha llegado, es que las variables macro económicas peruanas pueden ser muy bien ajustadas mediante la aplicación de ambas metodologías, es decir la mixtura de los ARIMA - ARCH es un instrumento potente para captar su comportamiento; esto se debe a que la economía peruana no ha sufrido muchos cambios en estos últimos años y las desventajas que podrían presentar los ARIMA en cuanto a heterocedasticidad, podrían ser cubiertas eficazmente por los ARCH.
7. Es necesario se tenga en cuenta los periodos en las que se está realizando el análisis, porque los resultados dependen en buen grado de éstos. Tal como se pudo ver los modelos ARCH/GARCH proporcionan mejores resultados cuando se está tratando con una serie muy variante y con una periodicidad menor a la mensual.



## X. RECOMENDACIONES

---

1. Todos estos resultados deben tomarse con mucha cautela, debido a que la medición del Índice de Precios al Consumidor, y por tanto la inflación, se basan en una muestra de Lima metropolitana, por lo que este indicador está siendo objeto de mejoras en estos meses.
2. No se descarta la aplicación de otro modelo o proceso diferente a los ARIMA para modelizar la parte determinística de las variables, es necesario tener en cuenta que la necesidad de aplicación de un determinado modelo es el comportamiento y las cualidades que las caracterizan.
3. En el análisis de la serie de la Inflación mensual, no se ha analizado la presencia de quiebres estructurales en los periodos donde existió hiperinflación, lo que podría plantearse como parte de un nuevo estudio de las variables económicas peruanas y tal vez plantear un modelo nuevo que logre superar los resultados obtenidos en esta investigación.
4. No se descarta la posibilidad que si se hubiera probado la eficacia de los modelos ARCH con respecto a los ARIMA en la modelización de las variables esencialmente financieras hubiéramos obtenidos resultados contundentes, pero existe la posibilidad de llegar a concluir lo mismo que en esta oportunidad dada las características económicas peruanas.
5. En cuanto a los softwares, se debe tener mucho cuidado con los resultados que podrían llevarnos a conclusiones falsas, porque la mayoría de éstos ofrecen estadísticos y Pruebas basados en suposiciones que no necesariamente se cumplen en algunos casos, como por ejemplo el de normalidad. También es el caso del criterio utilizado para la estimación del modelo (De Mínimos cuadrados, ordinarios, generalizados o de Máxima Verosimilitud).
6. Sería importante tener en cuenta que existen diferentes tipos de pruebas para la identificación y validación de un modelo, pero es necesario saber diferenciarlos de acuerdo a su utilidad y a su posibilidad de aplicación. Además muy aparte de los que comúnmente se han venidos utilizando existen muchas otras pruebas que nos ayudan a decidir correctamente y que actualmente no están siendo muy difundidas en nuestro ámbito.



# **XI. Anexo Metodológico**

1. La Metodología ARIMA
2. Descripción de las Variables Utilizadas en el Estudio
3. Algunos Procedimientos Gráficos para Detectar los Hechos Estilizados



## ANEXO 11.1

### LA METODOLOGÍA ARIMA

---

Brevemente se darán pautas de la metodología de Box y Jenkins considerando que los lectores de esta investigación tienen ya una noción de esta metodología. No se detallarán notaciones engorrosas.<sup>36</sup>

#### EL MODELO ARIMA

Es una herramienta de predicción desarrollado por Box y Jenkins en 1976, el cual se concentra en las propiedades probabilísticas de las series de tiempo, adoptando diferentes formas estructurales como los procesos autoregresivos de media móvil y el proceso que resulta de la combinación de ambas ARMA. A estos se le agrega el término de integración con lo que estamos englobando el estudio de los modelos ARIMA.

Para su modelización, nos basaremos en la estructura planteada originalmente y que consta de 5 etapas que serán desarrolladas brevemente posteriormente:

1. Estacionariedad
2. Identificación
3. Estimación
4. Validación
5. Predicción

Algunos autores, toman el primer punto como parte del segundo, es decir, el primer paso para la identificación es probar si la serie es estacionaria o no. Pero con fines didácticos (por llamarlo de una manera), detallamos la estacionariedad como un punto aparte pero que no deja de estar

correlacionado con los demás que dicho sea de paso se deben cumplir con un orden estricto.

#### 1. ESTACIONARIEDAD

La modelización ARIMA, se fundamenta en el supuesto básico de que el proceso estocástico (familia de variables aleatorias correspondientes a momentos sucesivos en el tiempo) que se quiere modelar, es estacionaria ya sea en sentido débil o en sentido estricto.

Definimos un proceso estocástico estacionario como una sucesión ordenada de variables aleatorias, cuya función de distribución no varía ante valores equidistantes, es decir, la distribución es invariante en el tiempo.

Esto implicaría que tendría que probarse la independencia de sus momentos en el tiempo, pero debido a que en la práctica, resulta dificultoso conocer la verdadera función de distribución de muchas funciones, esta definición se suele confirmar solo para el primer y segundo orden (media, varianza y autocovarianza, respectivamente), originándose de esta manera la estacionariedad en sentido débil o amplio. Por tanto, un proceso estocástico sería estacionario en sentido amplio, si se cumplen las siguientes condiciones:

---

<sup>36</sup>/Si se requiere de alguna especificación o detalle de alguno de estos tópicos, el lector podrá remitirse a la bibliografía que se presentará al final de la investigación.

- Media constante:

$$E(Y_t) = \mu$$

- Varianza constante:

$$Var(Y_t) = E(Y_t - \mu)^2$$

- Autocovarianza constante:

$$Cov(Y_t, Y_{t-1}) = Cov(Y_{t+m}, Y_{t+m-j})$$

No obstante, podría decir que la mayor parte de las variables macroeconómicas presentan características que conllevan al rechazo del supuesto de estacionariedad.

En este sentido, en el caso que se pruebe la no estacionariedad en la serie, se procederá a diferenciarla, es decir, se transformará realizando una serie de diferenciaciones sucesivas hasta conseguir la estacionariedad.

El número de veces que ha de ser diferenciada la serie hasta hacerla estacionaria, se conoce como orden de integración, recogido por el parámetro "I" del modelo ARIMA. Por ejemplo, si la serie original es estacionaria, entonces, I tomará el valor de cero, si fue necesario una diferencia I tomará el valor de 1 y así sucesivamente.

Cabe destacar además que este instrumento es más eficiente cuando se quiere tratar el problema de estacionariedad en media. Existen otros instrumentos conocidos como la transformación de Box y Cox que resultan más eficaces cuando se presenta no estacionariedad en varianza (es decir presenta Heterocedasticidad)

## 2. IDENTIFICACIÓN

En esta etapa se procede a determinar el orden de la parte autoregresiva (p) y el

orden de la parte de medias móviles (q) del proceso ARMA que se considere haya podido generar a la serie estacionaria.

Los instrumentos utilizados en esta fase son la función de autocorrelación simple (FAS) y la función de autocorrelación parcial (FAP). Veamos brevemente en qué consiste cada uno de ellos:

La Función de Autocorrelación Simple (FAS): Nos proporcionará el grado de dependencia que muestran las observaciones respecto del conjunto de la serie temporal. Entre sus propiedades se encuentra primero, el hecho de ser simétrica y como segunda propiedad cabe destacar el hecho que se encuentra acotada entre -1 (correlación negativa) y 1 (Correlación positiva).

Es posible realizar inferencias sobre la significación estadística de los coeficientes de la función de autocorrelación.

La función de Autocorrelación Parcial (FAP): Trata de recoger los efectos de determinado rezago sobre la variable explicada, corregido por los rezagos medios. Por ejemplo, la correlación parcial para el rezago 3, mide la mejora marginal del poder predictivo de  $Y_{t-3}$  cuando  $Y_{t-1}$  y  $Y_{t-2}$  están incluidos en el modelo. Es decir, la función de autocorrelación  $\phi_3$  es el coeficiente de  $Y_{t-3}$  en una regresión donde los dos primeros rezagos y han sido utilizados.

Los procesos AR(p) presentan como característica una FAS que va decayendo geométricamente mientras que la representación de su función de autocorrelación parcial (FAP) cuenta con las primeras "p" observaciones diferentes a cero, mientras que a partir de la observación  $p + 1$  el valor de ésta es nulo.

En el caso de un proceso  $MA(q)$ , el comportamiento de estas funciones es contrario. La función de autocorrelación simple decae a cero a partir de las observaciones siguientes a las " $q$ " primeras, mientras que la representación de la FAP presenta un decaimiento geométrico. Es por este motivo que la identificación de un proceso  $AR(p)$  se logra utilizando la FAP mientras que para identificar un proceso  $MA(q)$ , se requiere de una representación de la FAS.

En el caso de un proceso  $ARMA(p,q)$ , ninguna de las dos funciones puede identificar exactamente su comportamiento. Sin embargo, el empleo de la función de autocorrelación parcial como la función de autocorrelación simple, puede dar algunas luces en ese sentido, pero se debe tener el cuidado necesario para concluir en un determinado modelo.

### 3. ESTIMACIÓN

Una vez que se han elegido los posibles modelos, se procederá a estimar los coeficientes, para lo cual se podrá aplicar el Método de Mínimos Cuadrados (MCO), entre otras aproximaciones.

Con respecto al estimador obtenido mediante la aplicación de MCO, cabe indicar que este procedimiento estima parámetros consistentes siempre y cuando los errores  $\varepsilon_t$  no estén correlacionados con las variables explicativas pasadas. Esta condición es equivalente a decir que el término de error no presenta autocorrelación.

Para elegir un modelo óptimo debemos tener en cuenta lo siguiente:

- La significancia de los parámetros.

- Que presente la menor suma de errores de cuadrados, lo que significaría un mejor grado de ajuste.
- Se debe buscar la parsimonia, es decir el modelo debe ser aquel que con pocas variables logra un buen ajuste.

Este último punto hace más complejo la elección de los modelos ARMA, por lo que se emplean otros criterios como el de Akaike (AIC) y el Criterio de Schwarz (SBC).

### 4. VALIDACIÓN

Al construir un modelo ARIMA, el objetivo es encontrar un modelo que sea lo más adecuado posible para representar el comportamiento de la serie estudiada. El modelo ideal sería aquel que cumpliera los siguientes requisitos:

- Los residuos del modelo estimado se aproximen al comportamiento de un ruido blanco.
- El modelo es estacionario.
- Los coeficientes del modelo son estadísticamente significativos y están poco correlacionados entre sí.
- Los coeficientes del modelo son suficientes para representar la serie.
- El grado de ajuste es elevado en comparación al de otros modelos alternativos.

Como se puede notar, el modelo ideal será aquel que además de ser el óptimo, deberá presentar errores que sigan un comportamiento aleatorio.

## 5. PREDICCIÓN

Una vez que se ha concluido de manera iterativa cada una de las fases anteriores, estaremos en la capacidad de continuar con la última etapa de la modelización ARIMA, que es el objetivo de la metodología que estamos presentando.

Mediante la Función de Predicción, podemos elaborar estimaciones del comportamiento de la serie en el futuro; esta función se basa en la estructura de cada proceso que se ha elegido como el que mejor describe el comportamiento de los datos en el periodo que se está estudiando, que puede ser autoregresivo, de media móvil o un proceso mixto y los valores que tomará la serie en periodos posteriores ( $t+1$ ,  $t+2$ ,...), la cual está condicionada al conjunto de información con la que se cuenta hasta el periodo  $t$ .

Con respecto a la función de predicción del modelo AR, existen tres aspectos que la caracterizan, primero, las últimas observaciones de la serie, influyen cada vez menos en la predicción, mientras que el peso de la esperanza incondicional va aumentando (dependiendo del orden del proceso); segundo, el valor a la cual converge el valor estimado en el futuro es igual a su esperanza incondicional, y la última característica es que en forma general para todo proceso AR( $p$ ), es que incluye las  $p$  últimas observaciones de la serie.

La función de predicción para el proceso MA( $q$ ), se comprueba que para todo

periodo mayor que 1, los valores proyectados son iguales a cero.

Con respecto a la función de predicción para un proceso ARMA( $p,q$ ), ésta es un tanto similar a la de un proceso autoregresivo, donde también se cumple que como en todo proceso estacionario, la predicción para valores muy alejados converge a la media incondicional de ese proceso.

Después de haber obtenido los valores de predicción, es necesario conocer cuál es la magnitud del error que se ha cometido, el cual es denominado error de predicción, que se define como la diferencia entre la realización de la serie y la predicción de la misma. Las características que puedan presentar los errores de predicción dependen de la especificación de los modelos, por lo que podremos estar seguros de que si se ha elegido el mejor modelo se obtendrá por error de predicción una serie de ruidos blancos, y si se da lo contrario, la mala especificación del modelo incurrirá en la varianza de los errores. En la teoría, los errores de predicción siguen una distribución normal.

En cuanto a los intervalos de confianza que se obtengan para las predicciones, en el caso de los procesos AR, éstos irán creciendo continuamente en forma conjunta a medida que el horizonte de predicción aumente.

En el caso de los procesos de media móvil MA, éstos permanecerán constantes a partir del periodo  $q$  hacia al futuro.

## ANEXO 11.2

## DESCRIPCIÓN DE LAS VARIABLES UTILIZADAS EN EL ESTUDIO

**EL INDICE DE PRECIOS AL CONSUMIDOR<sup>37</sup>**

El Índice de Precios al Consumidor, es un indicador estadístico que muestra las variaciones promedio de los precios de los bienes y servicios que se consumen de manera habitual en los hogares de Lima Metropolitana.

Este indicador está referido a un año base, asumiendo de esta manera que la estructura de consumo permanece constante.

La definición del Índice de Precios al Consumidor, de acuerdo a sus características, podría girar en torno a los siguientes conceptos:

- El IPC mide únicamente la evolución de los precios.
- Es representativo del consumo integral de los hogares y no de un hogar en forma específica.
- Es un estimador estadístico.

Para construir el IPC, es necesario:

- Definir la población a la cual va a estar referida el comportamiento de los precios.
- Definir los Bienes y Servicios consumidos, así como la estructura de consumo de los hogares, con la cual se construirá la Canasta Básica Familiar y su estructura de ponderaciones.

- Realizar el seguimiento periódico de los precios.

El método de cálculo del Índice de Precios al Consumidor de Lima Metropolitana con año base 1994 = 100, al igual que los anteriores años base, es con base a la fórmula de Laspeyres, la cual se expresa como un promedio ponderado de relativos de precios índices de variedades (la mínima división de la estructura de consumo), multiplicados por su ponderación (dentro de la estructura de gasto), correspondiente al periodo base.

Una de las utilidades del IPC, es que sirve como indicador de la Inflación, ya que las variaciones de este índice de precios, nos permiten mostrar el ritmo de la inflación, mediante la aplicación de la siguiente fórmula:

$$Var\% mens. = \left( \frac{IPC_t}{IPC_{t-1}} - 1 \right) * 100$$

donde:

$IPC_t$ : Índice de Precios al Consumidor del mes actual t.

$IPC_{t-1}$ : Índice de Precios al Consumidor del mes anterior t-1.

¿Y en la investigación?

---

<sup>37</sup>Para un mayor detalle de toda la metodología del Índice de Precios al Consumidor el lector puede consultar: Metodología de Cálculo del Índice de Precios al Consumidor de Lima Metropolitana: INEI, Octubre de 2001.

En nuestro estudio, hemos considerado los datos del Índice de Precios al Consumidor, para el periodo 1952:2001, que como es lógico, éstos han sido medidos con diferentes años base.

- De 1952: 1988 se obtuvieron datos con año base 1979 = 100
- De 1988: 2001 se obtuvieron datos con año base 1994 = 100

Por tanto, fue necesario estandarizar nuestra base de datos. El proceso de estandarización consideró al año base de 1994 para todo el periodo.

Se consideró los datos del año 1988, que estaban dispuestos para ambas bases y lo que se hizo fue encontrar una ponderación de una base con respecto a la otra, para luego multiplicar al dato original.

Una vez que se estandarizó la base de datos, se procedió a calcular la inflación mensualizada (variación mensual), con la que se ha trabajado todo el análisis.

## LA COTIZACIÓN DIARIA DEL DOLAR

Esta variable recoge el valor de cambio de nuestra moneda (nuevo sol) y el dólar en un periodo diario. El INEI recopila dos datos, el dólar bancario y el libre en el cierre de jornada, los cuales se pueden obtener en la Superintendencia de Banca y Seguros.

En la investigación se consideró como dato original, el promedio de ambos en el periodo 1998 - 2001.

Esta base de datos no necesitó ser estandarizada, ya que en ese periodo existió un solo tipo de moneda.

*¿Porqué se consideró los "Retornos"?*

Para el análisis y aplicación del modelo ARCH, se consideró los retornos, que se define como la variación del precio ocurrida en un determinado periodo de tiempo, los cuales pueden ser calculados en términos absolutos, relativos o logarítmicos. Calculado en términos logarítmicos, el retorno de la cotización del dólar en nuestro caso,  $R_t$ , está dado por:

$$R_t = \text{Ln} \left( \frac{\text{Cotiz}_t}{\text{Cotiz}_{t-1}} \right) \quad (1.1)$$

Donde  $\text{Cotiz}_t$  es la cotización diaria del dólar en el periodo  $t$ .

La ventaja de la especificación de retorno dada por la ecuación anterior, es que los retornos logarítmicos se aproximan satisfactoriamente a la variación relativa de los precios, para grandes cantidades de datos, que es el caso de usar datos diarios.

Podemos ver mejor el porqué usamos este tipo de retorno a partir del siguiente análisis:

Se sabe que  $\text{Ln}(1+x) \approx x$ , cuando  $x \rightarrow 0$ . Para datos diarios es suponer que

$$\left( \frac{\text{Cotiz}_t}{\text{Cotiz}_{t-1}} \right) \rightarrow 1.$$

Entonces si consideramos

$$x = \left( \frac{\text{Cotiz}_t}{\text{Cotiz}_{t-1}} \right) - 1, \text{ tenemos:}$$

$$\ln\left(\frac{Cotizc_t}{Cotizc_{t-1}}\right) \approx \left(\frac{Cotizc_t}{Cotizc_{t-1}}\right) - 1 =$$

$$\frac{(Cotizc_t - Cotizc_{t-1})}{Cotizc_{t-1}} = \frac{\Delta Cotizc_t}{Cotizc_{t-1}} \quad (1.2)$$

Donde  $\frac{\Delta Cotizc_t}{Cotizc_{t-1}}$  es la variación relativa.

Luego, la especificación logarítmica aproxima satisfactoriamente la variación relativa de precios, justificando su utilización.

La ecuación (1.2) fue obtenida pues  $R_t$  fue descompuesta en una Serie de Taylor. Si,

$$r_t = \left(\frac{Cotizc_t}{Cotizc_{t-1}}\right) - 1 \text{ entonces.}$$

$$R_t = \ln\left(\frac{Cotizc_t}{Cotizc_{t-1}}\right) = \ln(1 + r_t)$$

$$\text{Luego, } R_t = r_t - \frac{1}{2}r_t^2 + \frac{2}{3}r_t^3 - \dots$$

Como  $r_t$  es pequeño, podemos considerar  $R_t = r_t$  y, así obtener la ecuación (1.2). Esto NO necesariamente es cierto para mercados altamente volátiles.

Una ventaja de usar la ecuación (1.1), es que el logaritmo natural es más realista, pues si los retornos  $R_t$  siguen una distribución Normal, entonces no se obtienen precios negativos.

Otra ventaja de usar el retorno, es que permite una descomposición en multiperiodos debido a las propiedades matemáticas de la función logaritmo. Así es posible calcular el retorno mensual de datos diarios simplemente sumando los retornos diarios. Por ejemplo, si consideramos  $R_{t-2}$  dado en un periodo de dos meses. El retorno puede ser descompuesto en:

$$R_{t-2} = \ln\left(\frac{Cotizc_t}{Cotizc_{t-2}}\right) = \ln\left(\frac{Cotizc_t}{Cotizc_{t-1}}\right) +$$

$$\ln\left(\frac{Cotizc_{t-1}}{Cotizc_{t-2}}\right) = R_t + R_{t-1}$$



## ANEXO 11.3

### ALGUNOS PROCEDIMIENTOS GRÁFICOS PARA DETECTAR LOS HECHOS ESTILIZADOS

---

#### 1. EL GRÁFICO DE SIMETRÍA

Dadas las desventajas del histograma, en los que no podemos detectar las observaciones extremas (característica de las series de retornos). Debido a la presencia de éstas, habría que tener mucho cuidado en utilizar el coeficiente de simetría.

Considerando esto, es aconsejable utilizar un gráfico para testar la hipótesis de simetría en la distribución. Este procedimiento se denomina: Gráfico de Simetría, el cual se basa en la comparación de las distancias de los cuantiles  $Q(\alpha)$  y  $Q(\alpha - 1)$  con relación a la mediana.

Sobre la hipótesis de simetría, las distancias mencionadas poseen el mismo valor. Dada una muestra  $y_1, y_2, \dots, y_n$ , podemos estimar esas distancias de la siguiente manera:

Sean las estadísticas de orden  $y_{[1]}, y_{[2]}, \dots, y_{[n]}$  y la mediana  $m$ , entonces,  $u_i = m - y_{[i]}$  es estimador de  $Q_{[i/n]}$  y  $v_i = y_{[n-i+1]} - m$  estimador de  $Q_{[1-i/n]}$  donde  $i = 1, 2, \dots, [n/2]$ .

Finalmente se construye un gráfico de los pares  $(u_i, v_i)$ . De esta forma, si la distribución de los valores muestrales fuese simétrica, entonces los puntos del gráfico estarían sobre una línea recta que pasa por el origen con coeficiente angular igual a 1 (que en estadística es igual si se habla de correlación).

#### 2. PRUEBA PARA ESTACIONARIEDAD: LAS VARIANZAS RECURSIVAS

Si se observa la presencia de estacionariedad ya sea en la serie de residuos o en los retornos, es necesario tener mucho cuidado con los gráficos que se han venido utilizando como la función de autocorrelación y otros tests ya que éstas pruebas están basadas en suposiciones de normalidad que, se sabe, no son cumplidas por estas series con este tipo de características.

La Prueba de la varianza recursiva, es una prueba robusta para probar la presencia de varianza infinita y su cálculo se da mediante la aplicación de la siguiente ecuación:

$$vr_s = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s R^2_{t+i-1}$$

Donde,  $s = 1, 2, \dots, N$

Para tal efecto, se realizará el gráfico que relacione las varianzas recursivas para determinado periodo y el tiempo. Estaremos frente a un problema de heterocedasticidad, si se observa en el gráfico, "saltos" que surgen además de los puntos extremos.

Si los valores de esta secuencia no convergen a un valor, obtenemos la evidencia de que la varianza puede no existir y por tanto la serie no es estacionaria.



## RELACION DE GRAFICOS, FIGURAS Y CUADROS

---

### Gráficos

- Gráfico 1: Inflación mensual: 1952 - 2001
- Gráfico 2: Histograma, estadísticos y prueba de normalidad de los residuos. Inflación mensual: 1952 - 2001
- Gráfico 3: Gráfico de cuantiles para normalidad de los residuos: Inflación mensual: 1952 - 2001
- Gráfico 4: Pronóstico con el modelo ARMA(1,1). Inflación mensual: 1952 - 2001.
- Gráfico 5: Predicción con el modelo ajustado ARMA(1,1). Enero - Junio 2002. (Método: Dinámico)
- Gráfico 5.1: Predicción con el modelo ajustado ARMA(1,1). Enero - Junio 2002 (Método: Estático)
- Gráfico 6: Cotización diaria del dólar: 1998 - 2001.
- Gráfico 7: Serie diferenciada ( $d=1$ ). Cotización diaria del dólar: 1998-2001.
- Gráfico 8: Histograma, estadísticos y prueba de normalidad de los residuos. Cotización diaria del dólar ( $d=1$ ). 1998 -2001.
- Gráfico 9: Gráfico de cuantiles para normalidad de los residuos. Cotización diaria del dólar ( $d=1$ ).
- Gráfico 10: Pronóstico con el modelo ARIMA (0,1,1). Cotización diaria del dólar últimos días de Diciembre.
- Gráfico 11: Predicción con el modelo ARIMA (0,1,1). Cotización diaria del dólar. Enero 2002 (Método Dinámico).
- Gráfico 11.5: Predicción con el modelo ARIMA (0,1,1). Cotización diaria del dólar. Enero 2002 (Método Estático)
- Gráfico 12: Simetría: Inflación mensual: 1952 - 2001.
- Gráfico 13: Residuos al cuadrado: Inflación mensual 1952 - 2001.
- Gráfico 14: Histograma, estadísticos y prueba de normalidad. Residuos. Modelo ajustado: ARMA(1,1) ARCH(1).
- Gráfico 15: Pronóstico con el modelo ajustado ARMA (1,1) ARCH(1): Enero 2001 - Diciembre 2001. Inflación mensual.
- Gráfico 16: Predicción con el modelo ajustado ARMA(1,1) ARCH(1). Inflación mensual: Enero - Junio 2002.
- Gráfico 17: Serie de retornos al cuadrado: Cotización diaria del dólar 1998 - 2001.
- Gráfico 18: Histograma, estadísticos y prueba de normalidad. Serie de retornos: Cotización diaria del dólar.
- Gráfico 19: Prueba de estacionariedad: Varianzas recursivas. Serie de retornos: Cotización diaria del dólar.
- Gráfico 20: Gráfico de simetría. Serie de retornos: Cotización diaria del dólar.
- Gráfico 21: Histograma, estadísticos y prueba de Normalidad. Residuos del modelo ajustado ARCH(2).
- Gráfico 22: Pronóstico de los retornos. Cotización diaria del dólar: Ultimos días del mes de diciembre. Modelo ajustado ARCH(2).
- Gráfico 23: Predicción de la serie de retornos. Cotización diaria del dólar: Primeros días de Enero 2002.
- Gráfico 24: Histograma, estadísticos y prueba de normalidad de los residuos. Modelo ajustado: MA(1)GARCH(1,1). Cotización diaria del dólar.

## Figuras

- Figura 1: Función de autocorrelación. Inflación mensual: 1952 - 2001.
- Figura 2: Test de Dickey y Fuller aumentado. Inflación mensual: 1952 - 2001.
- Figura 3: Estimación del modelo óptimo. Inflación mensual: 1952 - 2001.
- Figura 4: Función de autocorrelación de los errores. Modelo ARMA(1, 1). Inflación mensual 1952 - 2001.
- Figura 5: Función de autocorrelación. Cotización diaria del dólar: 1998 - 2001.
- Figura 6: Test de Dickey y Fuller aumentado. Cotización diaria del dólar: 1998 - 2001.
- Figura 7: Función de autocorrelación. Serie diferenciada ( $d=1$ ). Cotización diaria del dólar: 1998 - 2001.
- Figura 8: Test de Dickey y Fuller aumentado. Cotización diaria del dólar 1998 - 2001 ( $d=1$ ).
- Figura 9: Función de autocorrelación de los residuos. Cotización diaria del dólar ( $d=1$ ).
- Figura 10: Función de autocorrelación de los residuos al cuadrado: Inflación mensual: 1952 - 2001.
- Figura 11: Test LM ARCH de homocedasticidad. Residuos del modelo ajustado: ARMA(1, 1). Inflación mensual: 1952 - 2001.
- Figura 12: Función de autocorrelación de los residuos. Modelo ajustado: ARMA(1, 1) ARCH(1).
- Figura 13: Función de autocorrelación de los residuos al cuadrado. Modelo ajustado: ARMA(1, 1) ARCH(1, 1).
- Figura 14: Función de autocorrelación. Retornos cuadrados: cotización diaria del dólar 1998 - 2001.
- Figura 15: Función de autocorrelación de los residuos. Modelo ajustado: ARCH(2). Cotización diaria del dólar 1998 2001.
- Figura 16: Test ARCH para homocedasticidad. Modelo: ARCH(2). Serie de retornos: Cotización diaria del dólar 1998 - 2001.
- Figura 17: Función de autocorrelación de los residuos. Modelo ajustado: MA(1) GARCH(1, 1). Serie de retornos: Cotización diaria del dólar.
- Figura 18: Función de autocorrelación de los residuos al cuadrado. Modelo ajustado MA(1) GARCH(1, 1). Serie de retornos: cotización diaria del dólar.
- Figura 19: Test ARCH de homocedasticidad. Modelo ajustado MA(1) GARCH (1, 1). Serie de retornos: Cotización diaria del dólar.
- Figura 20: Resultados obtenidos al modelar la incertidumbre inflacionaria. Inflación mensual: 1952 - 2001.
- Figura 21: Test de Causalidad de Granger para la inflación y la Incertidumbre inflacionaria.

## Cuadros

- Cuadro 1: Resultados obtenidos al aplicar el modelo ARIMA. Inflación mensual: 1952 - 2001.
- Cuadro 2: Resultados obtenidos al aplicar el modelo ARIMA. Cotización diaria del dólar: 1998 - 2001
- Cuadro 3: Cuadro de correspondencia: Hechos estilizados - Gráfico/Procedimiento.
- Cuadro 4: Resultados obtenidos al aplicar el modelo ARCH a los residuos. Inflación mensual: 1952 - 2001.
- Cuadro 5: Resultados obtenidos al aplicar el modelo ARCH. Serie de retornos: Cotización diaria del dólar: 1998 - 2001.
- Cuadro 6: Resultados obtenidos con el modelo MA(1) GARCH(1, 1).

## XII. BIBLIOGRAFIA

---

- **Aranda, Rodrigo F.** Modelos de Volatilidad: Especificación, Estimación y Prueba de Hipótesis. Universidad de Santiago, Octubre 2000.
- **Bollerslev Tim:** Generalized Autoregressive Conditional Heterocedasticity. *Journal Econometrics*, 31.
- **Cermeño, Rodolfo:** Modelando la incertidumbre en grupos de economías: Centro de Investigación y Desarrollo Económico.
- **Cuyán Paz, Otto:** Volatilidad del Tipo de Cambio y Precios Internos (Una aplicación a una economía pequeña, el caso de Guatemala). Banco de Guatemala Departamento de Investigaciones.
- **De Arce, Rafael:** Introducción a los modelos autoregresivos con heterocedasticidad condicional (ARCH). I. L. Klein, diciembre de 1998.
- Della Mea, H. Y Pena, A: Explorando la incertidumbre inflacionaria: 1973 - 1985. *Revista de Economía*. Banco Central de Uruguay. Volumen 3, N°2, Noviembre 1996.
- **Engle, Robert F.** ARCH Selected Readings. Oxford University Press 1995.
- **Engle, Robert F.** Estimates of the Variance of U. S. Inflation based upon the ARCH model, *Journal of Money, Credit and Banking* 15, 286 - 301.
- **Fernández Valdovinos, Carlos:** Inflación e Incertidumbre Inflacionaria: el caso de Paraguay. Banco Central de Paraguay y Universidad Católica de Asunción.
- **Gimeno Ricardo, Morales Eduardo:** Modelos de Volatilidad al futuro sobre el bono Nacional a 10 años. Universidad Pontificia Comillas y Universidad San Pablo CEU, Madrid.
- **Magendzo Ivan:** Inflación e incertidumbre inflacionaria en Chile. Documento de trabajo. Banco Central de Chile, N°15. 1997.
- **Mills, Terence C.** The Econometric Modelling of Financial Time Series. Cambridge University Press. Segunda edición 1999.
- **Pulido Antonio:** En busca de los Hechos Estilizados en el crecimiento económico. Instituto de Predicción Económica. España 1999.
- **Valls Pereira, Pedro:** Estimacao de Volatilidades. RiskTech.com - o Portal Brasileiro de Risco ([www.risktech.com.br](http://www.risktech.com.br))
- **Vera de Serio, Virginia, Balacco Hugo:** Dinámica no lineal en Economía: Un análisis introductorio.
- **Ziegelmann, Flavio, Valls Pereira, Pedro:** Modelos de Volatilidad Estocástica com deformação temporal: um estudio empírico para o índice IBOVESPA.